

Эффективная двумерная субволновая локализация атомов по поглощению пробного излучения в четырехуровневой атомной Λ -системе*

М.Сахраи, Ф.Бозорзаде

Изучена двумерная (2D) локализация атомов с четырехуровневой Λ -схемой переходов, в которой дублет почти сверхтонкого расщепления взаимодействует с полями двух ортогональных стоячих волн. Информация о пространственном положении движущегося атома в плоскости xy получается из измерения поглощения пробного излучения. Рассмотрено влияние квантовой интерференции на двумерную локализацию атома. Обнаружено, что интенсивность стоячих волн и отстройка частоты пробного поля от частоты поля стоячих волн существенно влияют на двумерную локализацию атома, что приводит к различным картинам пространственного распределения.

Ключевые слова: локализация атома, поглощение, субволновой масштаб, восприимчивость.

1. Введение

Определение положения атомов с субволновой точностью очень важно для различных лазерных приложений: нанолитографии [1], лазерного охлаждения атомов [2], физики конденсатов Бозе–Эйнштейна [3] и т. п. В связи с этим исследования в данном направлении привлекают в последние годы повышенное внимание. Важным механизмом при определении положения атома в поле стоячей волны является квантовая интерференция, возникающая из атомной когерентности. Один из основных методов измерения положения движущегося атома основан на детектировании фотона, спонтанно испущенного атомом при его движении в поле стоячей волны. Камар и др. исследовали методы получения точной информации о положении двухуровневого [4] и трехуровневого [5] атомов, движущихся в поле стоячей волны, по результатам измерений частоты спонтанно испущенного фотона. Они обнаружили, что можно получить четыре равновероятных пика локализации в пределах одной длины волны классического поля стоячей волны. При этом пространственное положение движущегося атома сильно зависит от относительной фазы приложенных полей, что сокращает период системы в два раза за счет тушения спонтанной эмиссии [6]. Это позволяет вдвое увеличить вероятность обнаружения атома в определенном положении путем простого регулирования относительной фазы приложенных полей. Важным достоинством локализации атома на основе измерения частоты спонтанно испущенного фотона является возможность локализовать атом в субволновой области при его прохождении сквозь поле стоячей волны. Однако в указанных схемах необходимо не только приго-

товить атом в возбужденном энергетическом состоянии, но и зарегистрировать спонтанно испущенный фотон, что затрудняет экспериментальное внедрение метода. Паспалакис и др. [7] сообщили о возможности определить положение атома по измерению населенности верхнего уровня в Λ -схеме атомных переходов. Они показали, что для слабого пробного поля измерение населенности верхнего уровня приводит к субволновой локализации атома, движущегося сквозь поле стоячей волны. В наших работах [8–10] было показано, что положение атома, движущегося через поле стоячей волны, можно определить просто путем измерения частоты поглощения пробного поля. Фактически новый подход к субволновой локализации атомов, обещающий улучшение качества локализации при обычной разрешающей способности измерений, открылся благодаря явлению электромагнитно индуцированной прозрачности [11]. Основная идея состоит в том, что локализовать движущийся атом внутри классического поля стоячей волны можно, измеряя поглощение пробного поля на правильно выбранных частотах. При этом положение атома относительно стоячей волны определяется в результате измерения частоты поглощения пробного поля. В данном случае атом должен быть в основном состоянии, что легко реализовать. Мы показали, что при соответствующем выборе управляющих параметров, таких как относительная фаза действующих полей, можно ограничить атом одной из полуволновых областей. Таким образом, в одной из них образуются два пика локализации. Эта новая область атомной локализации называется субполуволновой локализацией [10]. Следовательно, пики поглощения пробного излучения находятся в пределах полуволновой области, что дает лучшие результаты локализации атома при типичной разрешающей способности измерений частоты поглощения. Эффект квантовой интерференции вследствие спонтанно генерируемой когерентности (СГК) [12] также учитывался в ходе субполуволновой локализации атомов [13]. Обнаружено, что эффект СГК делает поглощение пробного поля фазозависимым. Показано также, что измерение частоты некоторого пробного поля приводит к субволновой локализации атома в одной из двух полуволновых

* Перевод с англ. В.Л.Дербова.

M.Sahrai, F.Bozorgzadeh. Research Institute for Applied Physics and Astronomy, University of Tabriz, Tabriz, Iran; e-mai:sahrai@tabrizu.ac.ir

Поступила в редакцию 14 февраля 2018 г., после доработки – 20 октября 2018 г.

областей посредством простого выбора разности фаз между приложенными полями [13].

В свою очередь, в литературе обсуждалась 2D локализация атомов в результате регистрации спонтанно испущенного фотона [14], квантовой интерференции [15], взаимодействующих двойных темных резонансов [14, 16], измерения населенностей верхних уровней [17] и поглощения пробного поля [18–20]. В работе Иванова и др. [17] точное положение атома в плоскости xu определялось путем измерения населенности верхнего уровня. Схема двумерной локализации атома на основе фазочувствительного поглощения пробного поля предложена в четырехуровневой схеме со вспомогательным радиочастотным полем [18]. В этом случае картины 2D локализации атомов получаются в субволновой области стоячей волны. Более того, изучалась также двумерная локализация атомов в пятиуровневой атомной системе N-типа, находящейся под воздействием двух ортогональных полей стоячей волны [20]. В другом предложении Камар [21] обсуждал двумерную локализацию атомов при поглощении пробного поля в трехуровневой атомной системе Λ -типа, когда атом взаимодействует со слабым пробным полем и двумя полями ортогональных стоячих волн. Двойной темный резонанс в четырехуровневой двойной Λ -конфигурации был исследован Шапиро [22]. Им рассчитаны условия когерентного пленения населенностей при формировании в четырехуровневой двойной Λ -системе непоглощающей суперпозиции верхних состояний.

Мы исследуем двумерную локализацию атома в четырехуровневой атомной системе с дублетом близкорасположенных верхних уровней. Изучен отклик поглощения пробного поля при взаимодействии атомной системы с полями двух ортогональных стоячих волн. Для определения точного положения атома путем простого измерения поглощения слабого пробного поля используется эффект квантовой интерференции. Пространственная информация об атоме в двумерном поле стоячих волн сильно зависит от отстройки частоты пробного поля от частоты стоячих волн. Правильный выбор этой отстройки приводит к точной локализации положения атома в области с размером, меньшим длины стоячих волн. Обсуждается также влияние частотной отстройки полей двух стоячих волн и их интенсивностей на двумерную локализацию атома.

2. Модель и уравнения движения для матрицы плотности

Рассмотрим замкнутую четырехуровневую атомную систему, взаимодействующую с двумя лазерными полями (рис. 1, а). Атомная система включает в себя дублет близкорасположенных верхних уровней |3⟩ и |4⟩ с частотой перехода между ними $\omega_{34} = 2\Delta$, где $\Delta = (\omega_4 - \omega_3)/2$. Двумерные поля стоячих волн с частотой ω_c связывают уровень |2⟩ с уровнями |3⟩, |4⟩, а слабое пробное поле излучения лазера с частотой ω_p приложено к переходу |2⟩ ↔ |3⟩ (|4⟩). Скорости спонтанного распада уровней |3⟩ и |4⟩ при переходах на нижележащие уровни |2⟩ и |1⟩ обозначены как $\gamma_{32(31)}$ и $\gamma_{42(41)}$ соответственно. Предположим, что положение центра масс атома почти не меняется вдоль направления стоячей волны, а атом движется вдоль оси z и проходит через область наложения классических полей двух стоячих волн, как показано на рис. 1, б. Тогда применим приближение Рамана–Ната и пренебрежем членом кинети-

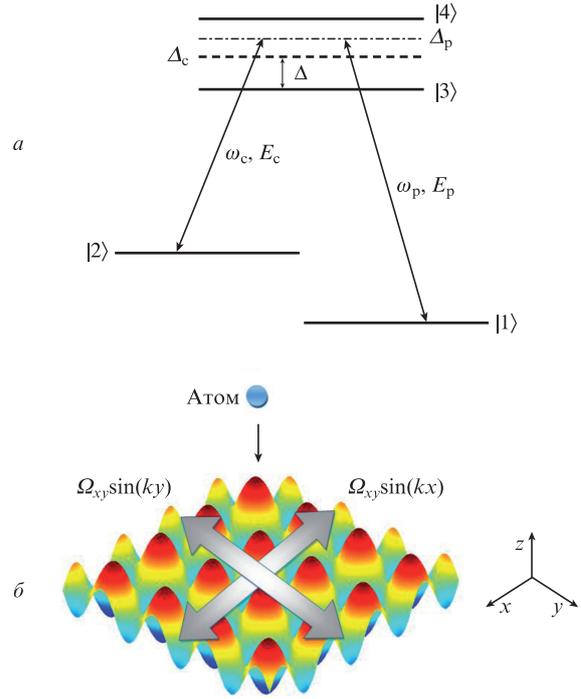


Рис. 1. Четырехуровневая схема атомных переходов Λ -типа: два поля ортогональных стоячих волн связывают уровни |3⟩ и |4⟩ с уровнем |2⟩, слабое пробное поле с перестраиваемой частотой связывает уровень |1⟩ с уровнями |3⟩ и |4⟩ (а) и схема двумерной локализации атома (б).

ческой энергии в гамильтониане. Гамильтониан взаимодействия определяется выражением

$$H = \sum_{j=1}^4 E_j |j\rangle\langle j| - \hbar\Omega_c \exp(-i\omega_c t) |3\rangle\langle 2| - \hbar\Omega_c \exp(-i\omega_c t) |4\rangle\langle 2| - \hbar\Omega_p \exp(-i\omega_p t) |3\rangle\langle 1| - \hbar\Omega_p \exp(-i\omega_p t) |4\rangle\langle 1| + \text{э.с.}, \quad (1)$$

где $E_j = \hbar\omega_j$ – энергия уровня | j ⟩ ($j = 1, 2, 3, 4$); $\Omega_p = \Omega_{31(41)} = \mu_{31(41)}\epsilon_p/(2\hbar)$ – частота Раби слабого пробного поля, взаимодействующего с переходом |1⟩ ↔ |3⟩ (|4⟩); $\Omega_c(x, y) = \Omega_{xy}[\sin(kx) + \sin(ky)]$ – зависящая от координат частота Раби полей двух ортогональных стоячих волн, которые взаимодействуют с переходом |2⟩ ↔ |3⟩ (|4⟩); $\Omega_{xy} = \Omega_{32(42)} = \mu_{32(42)}\epsilon_c/(2\hbar)$; $\mu_{31(41)}$ и $\mu_{32(42)}$ – соответствующие электрические дипольные моменты; ϵ_c и ϵ_p – амплитуды двух когерентных полей стоячих волн и слабого магнитного поля соответственно. В приближении вращающейся волны уравнения для матрицы плотности можно записать в следующем виде [23]:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{44} &= i\Omega_c(\rho_{24} - \rho_{42}) + i\Omega_p(\rho_{14} - \rho_{41}) \\ &\quad - 2(\gamma_{14} + \gamma_{42})\rho_{44} - (\eta_1 + \eta_2)(\rho_{43} + \rho_{34}), \\ \dot{\rho}_{33} &= i\Omega_c(\rho_{23} - \rho_{32}) + i\Omega_p(\rho_{13} - \rho_{31}) \\ &\quad - 2(\gamma_{31} + \gamma_{32})\rho_{33} - (\eta_1 + \eta_2)(\rho_{43} + \rho_{34}), \\ \dot{\rho}_{43} &= -(\gamma_{41} + \gamma_{42} + \gamma_{31} + \gamma_{32} + i2\Delta)\rho_{43} + i\Omega_c(\rho_{23} - \rho_{24}) \\ &\quad + i\Omega_p(\rho_{13} - \rho_{41}) - (\eta_1 + \eta_2)(\rho_{44} + \rho_{33}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{42} &= -[\gamma_{41} + \gamma_{42} + i(\Delta - \Delta_c)]\rho_{42} + i\Omega_p\rho_{12} \\
&\quad - i\Omega_c(\rho_{43} + \rho_{44} + \rho_{22}) - (\eta_1 + \eta_2)\rho_{32}, \\
\dot{\rho}_{41} &= -[\gamma_{41} + \gamma_{42} + i(\Delta - \Delta_p)]\rho_{41} + i\Omega_c\rho_{21} \\
&\quad - i\Omega_p(\rho_{43} + \rho_{44} + \rho_{11}) - (\eta_1 + \eta_2)\rho_{31}, \\
\dot{\rho}_{32} &= -[\gamma_{31} + \gamma_{32} + i(\Delta - \Delta_c)]\rho_{32} + i\Omega_p\rho_{12} \\
&\quad - i\Omega_c(\rho_{34} + \rho_{33} - \rho_{22}) - (\eta_1 + \eta_2)\rho_{42}, \\
\dot{\rho}_{31} &= -[\gamma_{31} + \gamma_{32} - i(\Delta + \Delta_p)]\rho_{31} + i\Omega_c\rho_{21} \\
&\quad - i\Omega_p(\rho_{34} + \rho_{33} - \rho_{11}) - (\eta_1 + \eta_2)\rho_{41}, \\
\dot{\rho}_{21} &= -i(\Delta_c - \Delta_p)\rho_{21} + i\Omega_c(\rho_{31} + \rho_{41}) - i\Omega_p(\rho_{23} + \rho_{24}).
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\Delta_c = \omega_c - \omega_0$, $\Delta_p = \omega_p - \omega_0$ – отстройки частот приложенных полей от частот соответствующих атомных переходов; $\omega_0 = (\omega_3 + \omega_4)/2$. Параметры $\eta_1 = \sqrt{\gamma_{41}\gamma_{31}} \cos\theta_1$ и $\eta_2 = \sqrt{\gamma_{42}\gamma_{32}} \cos\theta_2$ описывают эффект квантовой интерференции между двумя каналами распада, $|4\rangle(|3\rangle) \rightarrow |1\rangle$ и $|4\rangle(|3\rangle) \rightarrow |2\rangle$. Действительно, квантовая интерференция возникает из-за распада верхних уровней $|3\rangle$ и $|4\rangle$ с переходом на уровень $|1\rangle$ или $|2\rangle$. Здесь $\cos\theta_1 = \mu_{41}\mu_{31}/(\mu_{41}\mu_{31})$ (или $\cos\theta_2 = \mu_{42}\mu_{32}/(\mu_{42}\mu_{32})$) определяет выстраивание соответствующих атомных дипольных моментов. Если оба дипольных момента параллельны или антипараллельны, т.е. $\theta_1 = \theta_2 = 0(\pi)$, квантовая интерференция становится максимальной. Однако если электрические дипольные моменты перпендикулярны друг другу, т.е. $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$, квантовая интерференция минимальна, т.е. $\eta_1 = \eta_2 = 0$. Мы предполагаем, что изначально атом находится в своем основном состоянии $|1\rangle$, так что $\rho_{11}^{(0)} = 1$ и $\rho_{ij}^{(0)} = 0$ ($i, j = 1, 2, 3, 4$).

После линеаризации нужные уравнения из системы уравнений для матрицы плотности имеют вид

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{31} &= -[\gamma_{31} + \gamma_{32} - i(\Delta + \Delta_p)]\rho_{31} + i\Omega_c\rho_{21} \\
&\quad + i\Omega_p - (\eta_1 + \eta_2)\rho_{41}, \\
\dot{\rho}_{41} &= -[\gamma_{41} + \gamma_{42} + i(\Delta - \Delta_p)]\rho_{41} + i\Omega_c\rho_{21} \\
&\quad + i\Omega_p - (\eta_1 + \eta_2)\rho_{31}, \\
\dot{\rho}_{21} &= -i(\Delta_c - \Delta_p)\rho_{21} + i\Omega_c(\rho_{31} + \rho_{41}).
\end{aligned} \tag{3}$$

Решая уравнения (3) для стационарного состояния, когда $\dot{\rho}_{ij} = 0$, находим элементы матрицы плотности ρ_{31} и ρ_{41} :

$$\begin{aligned}
\rho_{31}^{(1)} &= \frac{-i\Omega_p}{\det M} \{i(\Delta_c - \Delta_p)[\gamma_{41} + \gamma_{42} + i(\Delta - \Delta_p)] + (\eta_1 + \eta_2)\}, \\
\rho_{41}^{(1)} &= \frac{-i\Omega_p}{\det M} \{i(\Delta_c - \Delta_p)[\gamma_{31} + \gamma_{32} - i(\Delta + \Delta_p)] + (\eta_1 + \eta_2)\},
\end{aligned} \tag{4}$$

где M – матрица коэффициентов системы уравнений (3). Наблюдаемой величиной является электрическая восприимчивость, описывающая отклик атомной среды на приложенные поля. Линейную восприимчивость можно записать как [23]

$$\chi = \frac{2N}{\epsilon_0\epsilon_p}(\mu_{12}\rho_{31} + \mu_{14}\rho_{41}), \tag{5}$$

где N – число атомов, инжектированных в область взаимодействия. В общем случае линейная восприимчивость – комплексная величина, которую можно представить в виде $\chi = \chi' + i\chi''$. Действительная величина χ соответствует дисперсии, а мнимая описывает поглощение пробного поля. Именно мнимая часть восприимчивости χ'' является предметом нашего основного интереса при обсуждении распределения поглощения пробного поля в поле стоячих волн.

Из уравнения (5) следует, что линейная восприимчивость характеризуется недиагональными элементами матрицы плотности (когерентностями) ρ_{31} и ρ_{41} . Очевидно, что мнимая часть восприимчивости зависит от позиционно-зависимой частоты Раби, от отстройки частот полей двух ортогональных стоячих волн от частоты пробного поля, а также от эффектов квантовой интерференции. Таким образом, проблема сводится к измерению позиционно-зависимой частоты пробного поля, несущей информацию о положении атома.

Заметим, что под локализацией атома подразумевается измерение условной вероятности нахождения движущегося атома внутри заданной области размером в одну длину волны. Фактически положение пика профиля поглощения пробного излучения показывает, где находится атом. Тогда число пиков внутри одной субволновой области отражает вероятность детектирования, а ширина пика характеризует точность локализации [24].

3. Результаты и их обсуждение

Для достижения высокой точности 2D локализации атомов мы исследовали мнимую часть выражения (5), чтобы получить информацию о положении движущегося атома в лазерных полях двух ортогональных стоячих волн. Из аналитических решений (4) и (5) видно, что поглощение пробного поля зависит от интенсивности ортогональных полей стоячих волн и отстройки частот пробного поля от частот полей стоячих волн. Существенную роль в позиционно-зависимом поглощении пробного излучения играет также квантовая интерференция двух каналов спонтанного распада, т.е. $|4\rangle(|3\rangle) \rightarrow |1\rangle$ и $|4\rangle(|3\rangle) \rightarrow |2\rangle$. Таким образом, атом можно локализовать в специфических положениях на плоскости xu путем простого измерения частоты пробного поля. Предположим, что $\gamma_{41} = \gamma_{31} = \gamma_{42} = \gamma_{32} = \gamma$ и все остальные параметры выражены в единицах γ .

На рис.2 представлено двумерное распределение χ'' (пропорциональное коэффициенту поглощения пробного поля) при различных значениях Δ_c . На рис.а,в,д показан результат в отсутствие квантовой интерференции, а на рис.б,г,е – при ее наличии. Если $\Delta_c = 0$, то поглощение пробного излучения распределено в двух квадрантах плоскости xu (рис.2,а) и имеет крестообразную структуру во втором и четвертом квадрантах. При постепенном увеличении Δ_c до 20γ крестообразная структура распределения поглощения пробного поля становится шире, а точность 2D локализации атома снижается. С физической точки зрения при увеличении Δ_c нарушается условие резонанса в системе, что приводит к атомной декогеренции. Вследствие этого положение атома не может быть определено с

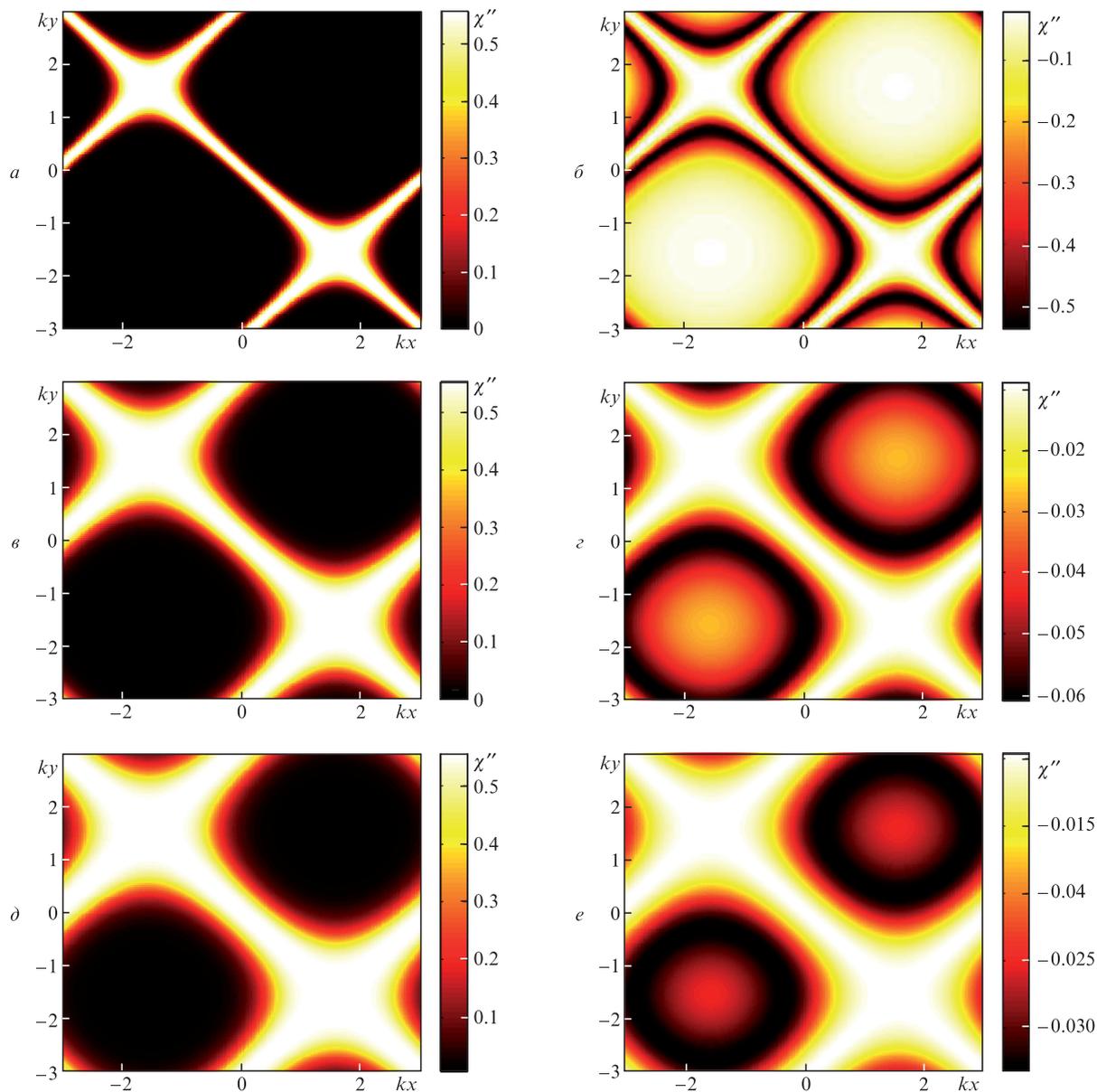


Рис.2. Мнимая часть восприимчивости χ'' как функция kx, ky при $\Delta_c = 0$ (а, б), 10γ (в, з), 20γ (д, е), $\eta_1 = \eta_2 = 0$ (а, в, д) и 1 (б, з, е); $\gamma = 0.1$, $\Omega_p = \gamma$, $\Omega_{xy} = 10\gamma$, $\Delta = 2\gamma$ и $\Delta_p = \gamma$.

высокой точностью. На рис.2,б,з,е иллюстрируется влияние квантовой интерференции ($\eta_1 = \eta_2 = 1$) на пространственное распределение поглощения пробного поля. Обнаружено, что пространственное распределение мнимой части восприимчивости первоначально локализовано во всех квадрантах плоскости xy , где оно имеет крестообразную структуру во втором и четвертом квадрантах и сферическую – в первом и третьем квадрантах. При увеличении Δ_c сферические структуры исчезают. Из сравнения рис.2,д и е видно, что в отсутствие резонанса эффект квантовой интерференции исчезает.

Замечательный результат демонстрирует рис.3, где представлено влияние отстройки пробного поля на его поглощение. Из рис.3,а,б видно, что мнимая часть восприимчивости снова имеет крестообразное распределение. Однако с увеличением Δ_p начинают появляться интересные структуры локализации. Согласно рис.3,в, в отсутствие квантовой интерференции структура поглощения пробного поля имеет кратерообразную форму в первом и

третьем квадрантах, что приводит к локализации атома на круговых краях указанных кратеров. Далее, с увеличением Δ_p до 30γ , пространственное распределение атомной локализации приобретает форму пиков, как показано на рис.3,д,е. В этом случае достигается высокоточная и высокоразрешающая 2D локализация атома. Можно сказать, что атом точно локализован в субволновой области стоячей волны с распределением, имеющим пики в точках с координатами $(kx, ky) = (\pi/2, \pi/2)$ и $(kx, ky) = (-\pi/2, -\pi/2)$. Эти интересные структуры локализации можно использовать для усиления возможностей многих существующих методов, таких как микроскопия, визуализация атомов, измерение волновой функции центра масс движущихся атомов, захват нейтральных атомов и т. п.

На рис.3,б,з,е показано влияние квантовой интерференции на локализацию атомов при различных отстройках частоты пробного поля. Видно, что при точном резонансе, $\Delta_p = 0$, поглощение пробного поля распределено по всем квадрантам плоскости xy . В этом случае с увели-

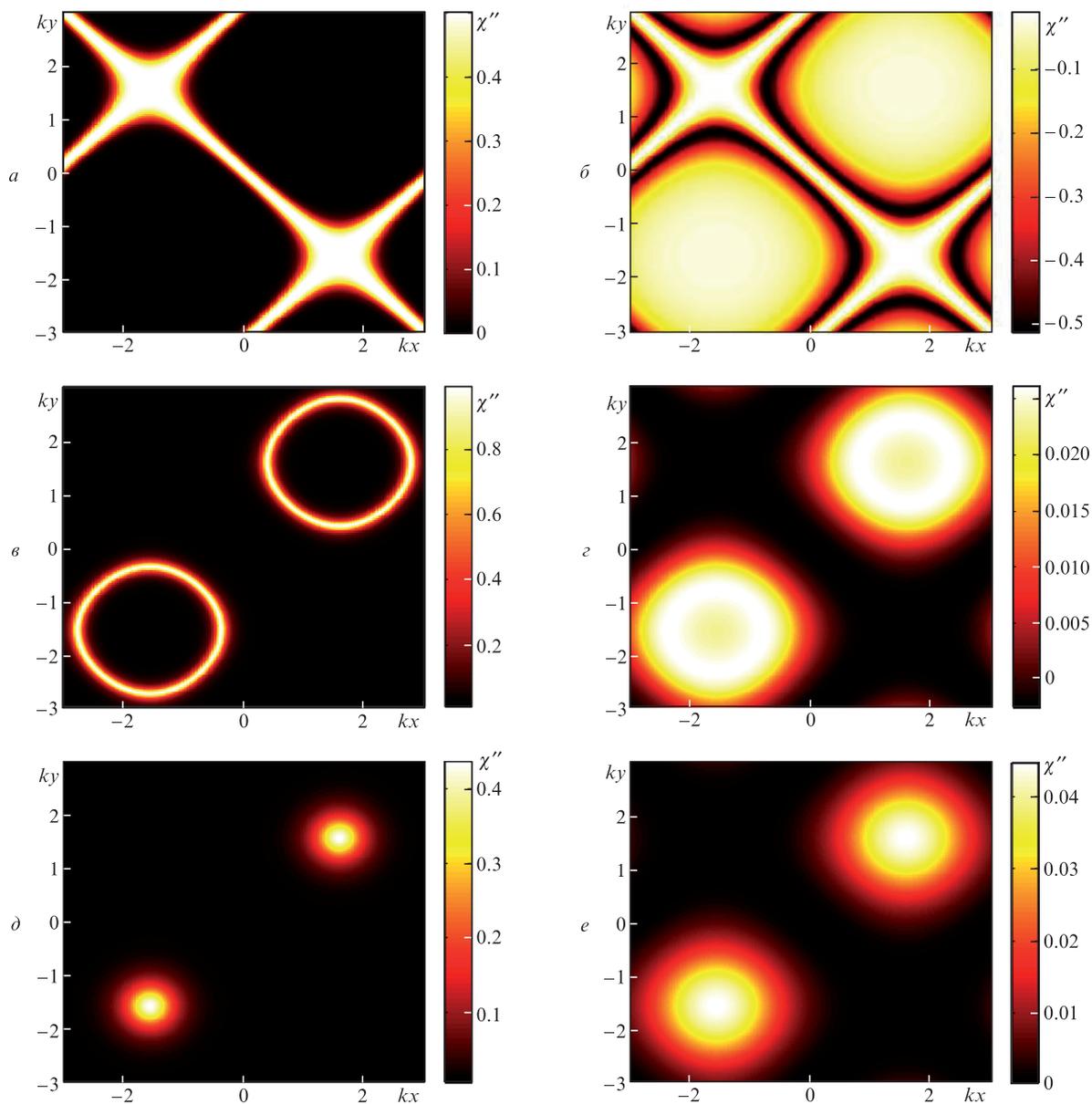


Рис.3. Мнимая часть восприимчивости χ'' как функция kx, ky при $\Delta_p = 0$ (a, б), 20γ (в, з), 30γ (д, е), $\eta_1 = \eta_2 = 0$ (a, в, д) и 1 (б, з, е); $\gamma = 0.1$, $\Omega_p = \gamma$, $\Omega_{xy} = 10\gamma$, $\Delta = 2\gamma$ и $\Delta_p = \gamma$.

чением Δ_p обе крестовидные структуры во втором и четвертом квадрантах исчезают и остаются только пики в первом и третьем квадрантах. Это означает, что с увеличением Δ_p пики поглощения движутся из второго и четвертого квадрантов в первый и третий квадранты. Физически квантовая интерференция, возникающая между каналами распада, приводит к усилению атомной когерентности из-за параллельной ориентации соответствующих дипольных моментов. Это дает точную информацию о положении атома, движущегося через двумерное поле стоячих волн. Таким образом, положение атома определяется в субволновой области.

На рис.4 показано влияние интенсивности поля стоячих волн на 2D локализацию атомов. При $\Omega_{xy} = \gamma$ поглощение пробного поля также распределено в двух квадрантах плоскости $xу$ (рис.4,а,б). С увеличением Ω_{xy} от γ до 40γ пиковые структуры рис.4,а,б превращаются в крестообразные структуры (рис.4,в,з и д,е). Таким образом, при $\eta_1 = \eta_2 = 0$ интенсивность двух полей стоячих волн яв-

ляется важным параметром для точной локализации атома. Влияние интенсивности стоячих волн при $\eta_1 = \eta_2 = 1$ показано на рис.4,б,з,е. В поисках лучшего разрешения интенсивность двух ортогональных стоячих волн изменялась от 20 до 40γ . Видно, что так называемые крестообразные и круговые структуры снова присутствуют, и при увеличении частоты Раби полей стоячих волн точность и разрешение структур становится лучше. Можно обнаружить, где находится атом, проверяя структуры в спектрах поглощения пробного поля. Более того, число пиков поглощения пробного поля на один период поля стоячей волны отражает условную вероятность положения атома на плоскости $xу$.

4. Заключение

Мы предлагаем четырехуровневую атомную схему Λ -типа для 2D локализации атома в полях двух ортогональных стоячих волн. Путем измерения коэффициента

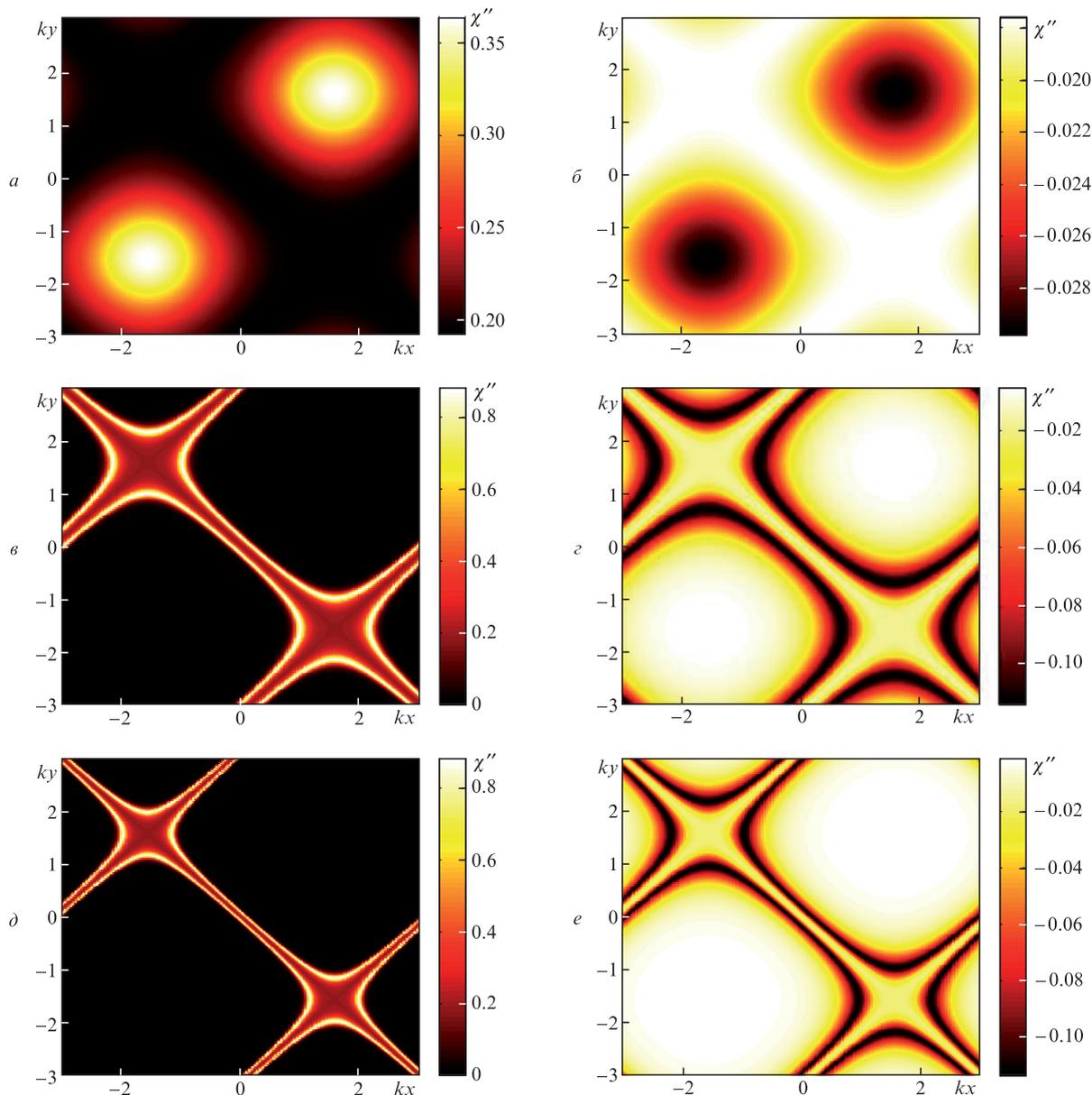


Рис.4. Мнимая часть восприимчивости χ'' как функция kx , ky при $\Omega_{xy} = \gamma$ (a, δ), 20γ (b, ϵ) и 40γ (d, e), $\eta_1 = \eta_2 = 0$ (a, δ, d) и 1 (b, ϵ, e); $\gamma = 0.1$, $\Omega_p = \gamma$, $\Delta = 2\gamma$, $\Delta_c = 0$ и $\Delta_p = 5\gamma$.

поглощения пробного поля определяется распределение вероятности положения атома на плоскости xy . Описано влияние квантовой интерференции двух каналов распада на двумерную локализацию атома. Обсуждается влияние параметров взаимодействия, таких как интенсивность стоячих волн и частотная отстройка полей стоячих волн и пробного сигнала, на 2D локализацию атома. Правильный выбор значений интенсивности полей двух ортогональных стоячих волн приводит к точной локализации положения атома в поле этих встречных волн.

Работа поддержана деканом по науке и технологии Тебризского университета, Иран.

1. Jin L., Sun H., et al. *J. Mod. Opt.*, **56** (6), 805 (2009).
2. Chu S., Wieman C. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6** (11), 2020 (1989).
3. Collins G.P. *Phys. Today*, **49** (3), 18 (1996).
4. Qamar S., Zhu S.-Y., et al. *Opt. Commun.*, **176** (4), 409 (2000).
5. Qamar S., Zhu S.-Y., et al. *Phys. Rev. A*, **61** (6), 063806 (2000).
6. Ghafoor F., Qamar S., et al. *Phys. Rev. A*, **65** (4), 43819 (2002).
7. Paspalakis E., Knight P.L. *Phys. Rev. A*, **63** (6), 65802 (2001).
8. Tajalli H., Sahrai M. *Laser Phys.*, **14** (7), 1007 (2004).
9. Sahrai M. *Laser Phys.*, **17** (2), 98 (2007).
10. Sahrai M., Tajalli H., et al. *Phys. Rev. A*, **72** (1), 13820 (2005).
11. Boller K., Imamolu A., Harris S. *Phys. Rev. Lett.*, **66** (20), 2593 (1991).
12. Javanainen J. *Europhys. Lett.*, **17** (5), 407 (1992).
13. Sahrai M., Tajalli H. *J. Opt. Soc. Am. B*, **30** (3), 512 (2013).
14. Wan R.-G., Kou J., Jiang L., Jiang Y., Gao J.-Y. *J. Opt. Soc. Am. B*, **28** (4), 622 (2011).
15. Wan R.-G., Kou J., et al. *Opt. Commun.*, **284** (4), 985 (2011).
16. Lukin M.D., Yelin S.F., et al. *Phys. Rev. A*, **60** (4), 3225 (1999).
17. Ivanov V., Rozhdetsvensky Y. *Phys. Rev. A*, **81** (3), 33809 (2010).
18. Li J., Yu R., et al. *Phys. Lett. A*, **375** (45), 3978 (2011).
19. Ding C., Li J., et al. *Phys. Rev. A*, **84** (4), 43840 (2011).
20. Ding C., Li J., et al. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **44** (14), 45501 (2011).
21. Qamar S. *Phys. Rev. A*, **88** (1), 13846 (2013).
22. Шапиро Д.А. *ЖЭТФ*, **115**, 1961 (1999) [*J. Exp. Theor. Phys.*, **88**, 1072 (1999)].
23. Scully M.O., Zubairy M.S. *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1997).
24. Wang Z., Jiang J. *Phys. Lett. Sect. A: Gen. At. Sol. State Phys.*, **374**, 4853 (2010).