

О нелокальности отражения электромагнитной волны от плоской поверхности при возбуждении поверхностных волн

А.Б.Петрин

Рассмотрены дифракционные явления при отражении плоской электромагнитной волны от пленки металла, которые связаны с ограниченным размером апертуры падающего пучка, в схеме Кречмана, используемой для возбуждения поверхностной плазмонной волны. Показано, что отражение волны происходит нелокально, т. е. область поверхности, на которую падает волна, и область, от которой она отражается, существенно не совпадают. Исследована локализация максимального поля при возбуждении поверхностного плазмона на серебряной пленке. Вычислены абсолютные значения коэффициента усиления по амплитуде поля на свободной поверхности пленки. Предложенная теория применяется к объяснению эффекта Гуса–Хенхен.

Ключевые слова: поверхностные волны, поверхностные плазмоны, интегральная оптика, оптические сенсоры.

1. Введение и постановка задачи

В настоящее время большое внимание уделяется созданию многоканальных оптических сенсорных систем, применяемых в биологических, химических и физических исследованиях и использующих поверхностные плазмонные (или плазмонно-поляритонные) волны для диагностики изменений распространения поверхностной волны, вызванных изменением поверхностных свойств исследуемой среды [1–4]. Такие волны, например, распространяются вдоль поверхности металла, локализуясь вблизи нее [5, 6]. Часто применяемым способом возбуждения поверхностных плазмонов является метод Кречмана [7].

В рамках схемы Кречмана [8] (рис.1) согласование поверхностной плазмонной волны 1 на поверхности металлической пленки 2 и падающей волны 3 осуществляется с помощью стеклянной призмы 4.

Линейно поляризованная монохроматическая волна E^i падает на металлическую пленку со стороны призмы. Вектор электрического поля падающей волны лежит в плоскости падения (p-поляризация). Призма необходима для согласования падающей плоской волны и поверхностной плазмонной волны по волновому числу, поскольку волновое число поверхностной плазмонной волны больше волнового числа плоской волны той же частоты в свободном пространстве [9, 10]. Для обеспечения равенства волновых чисел падающей (3), отраженной (5) и поверхностной плазмонной (1) волн вдоль поверхности металла (рис.1) необходимо, чтобы падающая волна подходила к пленке из оптически более плотной среды (где волновое число больше, чем в свободном пространстве). Показатель преломления призмы и угол падения подбираются такими, чтобы обеспечивалось равенство волно-

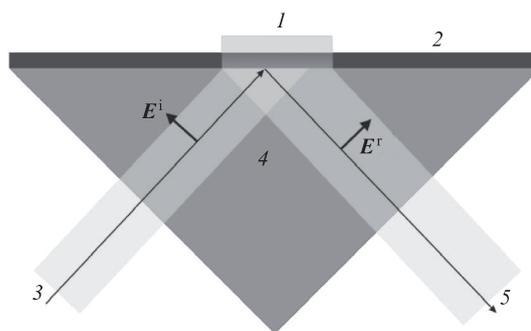


Рис.1. Возбуждение поверхностной плазмонной волны 1 на поверхности металлической пленки 2 по схеме Кречмана: падающая волна 3 в призме 4 порождает поверхностную плазмонную волну 1 и отраженную волну 5.

вых чисел падающей и поверхностных волн. При этих параметрах в отсутствие металлической пленки (и возбуждения поверхностных плазмонов) наблюдается полное внутреннее отражение падающей волны.

Эксперименты показывают, что если угол падения отвечает условию согласования по волновому числу падающей и поверхностной плазмонной волн, то происходит резкое снижение коэффициента отражения. Например, согласно изложенной ниже теории при длине волны падающей волны в вакууме $\lambda = 633$ нм и толщине пленки серебра, примерно равной 53.8 нм (эта величина зависит от конкретного значения показателя преломления призмы и частоты падающей волны), наблюдается сильное изменение коэффициента отражения – почти от единицы до нуля в окрестности угла падения, соответствующего согласованию свободной и поверхностной плазмонной волн. При небольшом отклонении угла падения от угла согласования коэффициент отражения возвращается практически от нуля к единичному значению.

Поскольку поле поверхностной плазмонной волны сосредоточено в тонком слое вблизи поверхности металла, характер отражения в схеме Кречмана сильно зависит от изменений показателя преломления в тонком слое у

А.Б.Петрин. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр. 2; e-mail: a_petrin@mail.ru

Поступила в редакцию 13 июня 2018 г., после доработки – 18 ноября 2018 г.

поверхности. Именно на этом основывается широкое применение схемы Кречмана для создания различного рода датчиков, имеющих высокую чувствительность [11]. Исследования показали, что чувствительность определяется угловой шириной минимума отражения [12], которая, в свою очередь, определяется поглощением излучения в пленке металла. Чем меньше поглощение в металле, тем уже минимум.

Для увеличения чувствительности датчиков за счет уменьшения угловой ширины минимума было предложено уменьшать толщину пленки металла. Оказалось, что затухание поверхностной плазмонной волны в тонкой пленке уменьшается с уменьшением толщины пленки. Однако для согласования поверхностной волны в схеме Кречмана потребовалось введение дополнительного согласующего слоя между призмой и металлической пленкой [13–16], причем в некоторых случаях даже многослойной пленки [17, 18].

Отметим, что поверхностные волны могут распространяться и в диэлектрических пленках планарных волноводов [19]. В связи с этим было показано [20, 21], что в схеме Кречмана можно возбуждать поверхностную волну (не обязательно поверхностную плазмонную), которая согласуется по волновому числу с падающей волной. В данном случае в качестве волновода поверхностной волны можно использовать пленку (или несколько пленок) из оптически плотного вещества (с большим показателем преломления), отделенного от призмы пленкой согласующего вещества с низким показателем преломления.

В случае устройств конечных размеров (в плоскости многослойной структуры) апертура падающего пучка ограничена, поэтому отражение будет происходить не совсем так, как в случае бесконечной структуры и идеально плоских волн. В работе [22] было показано, что при ограниченной апертуре острый минимум отражения остается, но амплитуды отраженных волн имеют угловое распределение в пределах угла дифракции. Очевидно, что при определении размеров сенсорного слоя датчика необходимо, чтобы область пленочного покрытия, в которой локализуется отраженное поле, была достаточно большой. Настоящая работа посвящена исследованию этой проблемы на примере возбуждения поверхностных плазмонов на металлической пленке. Кроме того, будет исследовано усиление поля на свободной поверхности пленки, важное для ряда технических приложений.

2. Падение плоского электромагнитного пучка с ограниченной апертурой на плоскостойкую структуру

Рассмотрим падение плоской монохроматической волны с циклической частотой ω и единичной амплитудой (рис.2) из полупространства I (призмы), заполненного однородным изотропным диэлектриком с показателем преломления n_1 , под углом α к нормали на плоскую пленку толщиной d_1 . Обобщение на произвольное число слоев будет дано ниже. Для определенности предполагается, что пленка является металлической с комплексной диэлектрической проницаемостью ϵ_2 на рассматриваемой частоте ω , а за пленкой находится однородное полупространство с диэлектрической проницаемостью ϵ_3 (свободное пространство). Пусть размер апертуры D волнового фронта пучка в плоскости xz такой, что волна падает на

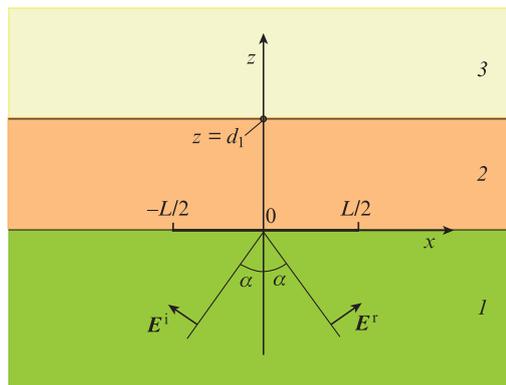


Рис.2. Геометрия электромагнитной задачи. Плоская волна с р-поляризацией падает из призмы I на металлическую пленку 2 , за пленкой находится вакуум 3 .

отрезок границы раздела длиной L , т. е. $D = L \cos \alpha$. В дальнейшем мы будем пользоваться обобщением идей работы [23] (с. 377, 378).

Уравнения Максвелла в рассматриваемых областях можно записать в виде

$$\text{rot } \mathbf{E}_j = i\omega \mathbf{B}_j, \tag{1}$$

$$\text{rot } \mathbf{B}_j = -i\omega \epsilon_j \mu_j \mathbf{E}_j, \tag{2}$$

где \mathbf{E}_j и \mathbf{B}_j – вектор напряженности электрического поля и индукция магнитного поля в области с номером j ; $j = 1$ соответствует полупространству I (для которого $z < 0$), $j = 2$ – области пленки 2 ($0 < z < d_1$), а $j = 3$ – свободному полупространству ($z > d_1$). Комплексное представление полей во времени описывается множителем $\exp(-i\omega t)$.

Будем рассматривать поля, не зависящие от координаты y и имеющие только x - и z -компоненты вектора напряженности электрического поля. Из (1) и (2) следует волновое уравнение для электрического поля

$$\text{rot rot } \mathbf{E}_j - \omega^2 \mu_j \epsilon_j \mathbf{E}_j = 0. \tag{3}$$

Учитывая, что $\text{div } \mathbf{D}_j = 0$, или $\partial_x E_{jx} + \partial_z E_{jz} = 0$, получаем выражение

$$\text{rot rot } \mathbf{E}_j = \mathbf{e}_x (-\partial_{xx}^2 E_{jx} - \partial_{zz}^2 E_{jx}) + \mathbf{e}_z (-\partial_{zz}^2 E_{jz} - \partial_{xx}^2 E_{jz}),$$

где \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_z – единичные векторы в направлении осей x и z .

В результате из (3) находим уравнения для компонент E_{jx} и E_{jz} :

$$\partial_{xx}^2 E_{jx} + \partial_{zz}^2 E_{jx} + \omega^2 \mu_j \epsilon_j E_{jx} = 0, \tag{4}$$

$$\partial_{zz}^2 E_{jz} + \partial_{xx}^2 E_{jz} + \omega^2 \mu_j \epsilon_j E_{jz} = 0. \tag{5}$$

Представим компоненты электрических полей в виде фурье-разложений:

$$E_{jx}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_{jx}(\xi, z) \exp(i\xi x) d\xi,$$

$$E_{jz}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_{jz}(\xi, z) \exp(i\xi x) d\xi,$$

где фурье-образы определяются интегралами

$$\tilde{E}_{jx}(\xi, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{jx}(x, z) \exp(-i\xi x) dx,$$

$$\tilde{E}_{jz}(\xi, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{jz}(x, z) \exp(-i\xi x) dx.$$

Тогда, для фурье-образов полей из (4) и (5) получим уравнения

$$\frac{d^2 \tilde{E}_{jx}}{dz^2} + (\omega^2 \mu_j \varepsilon_j - \xi^2) \tilde{E}_{jx} = 0, \tag{6}$$

$$\frac{d^2 \tilde{E}_{jz}}{dz^2} + (\omega^2 \mu_j \varepsilon_j - \xi^2) \tilde{E}_{jz} = 0. \tag{7}$$

Решением этих уравнений являются $\tilde{E}_{jx}^{\pm} = \hat{E}_{jx}^{\pm} \exp(\pm k_{jz} z)$, $\tilde{E}_{jz}^{\pm} = \hat{E}_{jz}^{\pm} \exp(\pm k_{jz} z)$, где $\hat{E}_{jx}^{\pm}, \hat{E}_{jz}^{\pm}$ – функции только от ξ , а $k_{jz} = k_{jz}(\xi) = (\omega^2 \mu_j \varepsilon_j - \xi^2)^{1/2}$.

Общее решение уравнения (3) для поляризации в плоскости падения и заданной вариации поля вдоль оси x при распространении вдоль оси z и в противоположном направлении можно записать в виде

$$E_j^{\pm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} \hat{E}_{jx}^{\pm}(\xi) \\ 0 \\ \hat{E}_{jz}^{\pm}(\xi) \end{pmatrix} \exp[\pm i k_{jz}(\xi) z] \exp(i\xi x) d\xi, \tag{8}$$

где $\xi^2 + k_{jz}^2(\xi) = \omega^2 \mu_j \varepsilon_j$. Поскольку $\text{div} \mathbf{D}_j = 0$, то

$$\varepsilon_j \xi \hat{E}_{jx}^{\pm} \pm \varepsilon_j k_{jz}(\xi) \hat{E}_{jz}^{\pm} = 0. \tag{9}$$

Используя формулу (9), выражение (8) можно переписать в виде

$$E_j^{\pm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \mp \frac{\xi}{k_{jz}(\xi)} \end{pmatrix} \hat{E}_{jx}^{\pm}(\xi) \exp[\pm i k_{jz}(\xi) z] \exp(i\xi x) d\xi. \tag{10}$$

Запишем теперь выражения для полей в рассматриваемых областях в следующем виде: в области 1

$$E_1(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} \hat{E}_{1x}^+(\xi) \exp(ik_{1z} z) \exp(i\xi x) d\xi + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} \hat{E}_{1x}^-(\xi) \exp(-ik_{1z} z) \exp(i\xi x) d\xi, \tag{11}$$

в области 2

$$E_2(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi}{k_{2z}} \end{pmatrix} \hat{E}_{2x}^+(\xi) \exp(ik_{2z} z) \exp(i\xi x) d\xi + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\xi}{k_{2z}} \end{pmatrix} \hat{E}_{2x}^-(\xi) \exp[-ik_{2z}(z - d_1)] \exp(i\xi x) d\xi, \tag{12}$$

в области 3

$$E_3(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi}{k_{3z}} \end{pmatrix} \hat{E}_{3x}^+(\xi) \exp[ik_{3z}(z - d_1)] \exp(i\xi x) d\xi. \tag{13}$$

Полученные выражения для полей должны удовлетворять известным граничным условиям. Рассмотрим границу первой и второй областей $z = 0$. На ней должны быть непрерывными тангенциальные компоненты электрического поля и нормальные компоненты электрической индукции, т. е.

$$E_{1x}(x, 0) - E_{2x}(x, 0) = 0, \tag{14}$$

$$\varepsilon_1 E_{1z}(x, 0) - \varepsilon_2 E_{2z}(x, 0) = 0, \tag{15}$$

где

$$E_{1x}(x, 0) = E_{1x}^+(x, 0) + E_{1x}^-(x, 0),$$

$$E_{2x}(x, 0) = E_{2x}^+(x, 0) + E_{2x}^-(x, 0),$$

$$E_{1z}(x, 0) = E_{1z}^+(x, 0) + E_{1z}^-(x, 0),$$

$$E_{2z}(x, 0) = E_{2z}^+(x, 0) + E_{2z}^-(x, 0).$$

Отметим, что условие $\varepsilon_j E_{jz} = \text{const}$ в нашем случае эквивалентно условию непрерывности тангенциальной компоненты напряженности магнитного поля B_{jy}/μ_j (у магнитного поля существует только компонента вдоль оси y).

Из граничных условий (14) и (15), используя выражения (11) и (12), при $z = 0$ получаем следующие два уравнения:

$$\hat{E}_{1x}^+ + \hat{E}_{1x}^- - \hat{E}_{2x}^+ - \hat{E}_{2x}^- \exp(ik_{2z} d_1) = 0, \\ \varepsilon_1 \left(-\frac{\xi}{k_{1z}} \hat{E}_{1x}^+ + \frac{\xi}{k_{1z}} \hat{E}_{1x}^- \right) - \varepsilon_2 \left[-\frac{\xi}{k_{2z}} \hat{E}_{2x}^+ + \frac{\xi}{k_{2z}} \hat{E}_{2x}^- \exp(ik_{2z} d_1) \right] = 0,$$

которые можно переписать в матричном виде

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\varepsilon_1 \frac{\xi}{k_{1z}} & \varepsilon_1 \frac{\xi}{k_{1z}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_{1x}^+ \\ \hat{E}_{1x}^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \exp(ik_{2z} d_1) \\ -\varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} & \varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \exp(ik_{2z} d_1) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_{2x}^+ \\ \hat{E}_{2x}^- \end{pmatrix},$$

или

$$\begin{pmatrix} \hat{E}_{1x}^+ \\ \hat{E}_{1x}^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\varepsilon_1 \frac{\xi}{k_{1z}} & \varepsilon_1 \frac{\xi}{k_{1z}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & \exp(ik_{2z} d_1) \\ -\varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} & \varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \exp(ik_{2z} d_1) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_{2x}^+ \\ \hat{E}_{2x}^- \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Аналогично рассмотрим границу второй и третьей областей ($z = d_1$). Граничные условия запишутся в виде

$$E_{2x}(x, d_1) - E_{3x}(x, d_1) = 0,$$

$$\varepsilon_2 E_{2z}(x, d_1) - \varepsilon_3 E_{3z}(x, d_1) = 0.$$

Из них следуют два матричных уравнения:

$$\begin{bmatrix} \exp(ik_{2z}d_1) & 1 \\ -\varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \exp(ik_{2z}d_1) & \varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_{2x}^+ \\ \hat{E}_{2x}^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\varepsilon_3 \frac{\xi}{k_{3z}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_{3x}^+ \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{E}_{2x}^+ \\ \hat{E}_{2x}^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(ik_{2z}d_1) & 1 \\ -\varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \exp(ik_{2z}d_1) & \varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\varepsilon_3 \frac{\xi}{k_{3z}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_{3x}^+ \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Из матричных уравнений (16), (17) получаем выражение

$$\begin{pmatrix} \hat{E}_{1x}^+ \\ \hat{E}_{1x}^- \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} \hat{E}_{3x}^+ \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где матрица \hat{M} представляется в виде произведения трех матриц: $\hat{M} = \hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{T}_3$, в котором

$$\hat{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\varepsilon_1 \frac{\xi}{k_{1z}} & \varepsilon_1 \frac{\xi}{k_{1z}} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{k_{1z}}{\varepsilon_1 \xi} \\ 1 & \frac{k_{1z}}{\varepsilon_1 \xi} \end{bmatrix},$$

$$\hat{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \exp(ik_{2z}d_1) \\ -\varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} & \varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \exp(ik_{2z}d_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(ik_{2z}d_1) & 1 \\ -\varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \exp(ik_{2z}d_1) & \varepsilon_2 \frac{\xi}{k_{2z}} \end{bmatrix}^{-1} \\ = \begin{bmatrix} \cos(k_{2z}d_1) & i \frac{k_{2z}}{\varepsilon_2 \xi} \sin(k_{2z}d_1) \\ i \frac{\varepsilon_2 \xi}{k_{2z}} \sin(k_{2z}d_1) & \cos(k_{2z}d_1) \end{bmatrix},$$

$$\hat{T}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\varepsilon_3 \frac{\xi}{k_{3z}} & 0 \end{bmatrix}.$$

Из (18) получаем, что $\hat{E}_{1x}^+ = M_{11} \hat{E}_{3x}^+$ и $\hat{E}_{1x}^- = M_{21} \hat{E}_{3x}^+$. Вводя функцию $R(\xi) = -M_{21}/M_{11}$, можно представить отраженную волну как $\hat{E}_{1x}^- = R(\xi) \hat{E}_{1x}^+$. Кроме того, введем функцию $\mathfrak{T}(\xi) = 1/M_{11}$, с помощью которой можно записать $\hat{E}_{3x}^+ = \mathfrak{T}(\xi) \hat{E}_{1x}^+$.

Отметим, что обобщение формулы (18) на случай структуры из N слоев можно провести по индукции, и это приводит к следующему выражению:

$$\begin{pmatrix} E_{1x}^+ \\ E_{1x}^- \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} E_{N+2x}^+ \\ 0 \end{pmatrix},$$

причем матрица \hat{M} имеет вид

$$\hat{M} = \hat{T}_1 \left(\prod_{m=2}^{N+1} \hat{T}_m \right) \hat{T}_{N+2},$$

где

$$\hat{T}_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{k_{1z}}{\varepsilon_1 \xi} \\ 1 & \frac{k_{1z}}{\varepsilon_1 \xi} \end{bmatrix},$$

$$\hat{T}_m = \begin{bmatrix} \cos(k_{mz}d_{m-1}) & i \frac{k_{mz}}{\varepsilon_m \xi} \sin(k_{mz}d_{m-1}) \\ i \frac{\varepsilon_m \xi}{k_{mz}} \sin(k_{mz}d_{m-1}) & \cos(k_{mz}d_{m-1}) \end{bmatrix},$$

$$\hat{T}_{N+2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\varepsilon_{N+2} \frac{\xi}{k_{N+2z}} & 0 \end{bmatrix}.$$

В настоящей статье нас будет интересовать падающая, $E_1^i(x, z)$, и отраженная, $E_1^r(x, z)$, волны в первой среде ($z \leq 0$) и волна за пленкой в третьей среде $E_3(x, z)$ ($z \geq d_1$). Данные поля, учитывая (11) и (13), можно переписать в виде

$$E_1^i(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} \hat{E}_{1x}^+(\xi) \exp(ik_{1z}z) \exp(i\xi x) d\xi, \quad (19)$$

$$E_1^r(x, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} R(\xi) \hat{E}_{1x}^+(\xi) \exp(-ik_{1z}z) \exp(i\xi x) d\xi, \quad (20)$$

$$E_3(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi}{k_{3z}(\xi)} \end{pmatrix} \mathfrak{T}(\xi) \hat{E}_{1x}^+(\xi) \\ \times \exp[ik_{3z}(z - d_1) \exp(i\xi x)] d\xi. \quad (21)$$

Формулы (19) и (20) показывают, что падающее поле можно разложить на плоские волны с разной гармонической вариацией по оси x (т.е. с зависимостью от x в виде $\exp(i\xi x)$) и каждая такая плоская волна отразится от плоскостной структуры с коэффициентом отражения $R(\xi)$ под углом α , соответствующим данному ξ . Чтобы доказать это, рассмотрим сначала падение на пленку плоской неограниченной волны с единичной амплитудой. Падающее поле на плоской границе имеет вариацию по оси x , пропорциональную $\exp(ik_{1x}x) = \exp(ik_{1x} \sin \alpha)$, где $k_1 = n_1 \omega/c$ – волновое число в первой среде, c – скорость света в вакууме, $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$ – показатель преломления первой среды.

Пусть падающая волна поляризована в плоскости падения. Тогда электрическое поле этой волны можно представить (рис.2) в виде

$$E_1^i(x, z) = E_1^+(x, z) = \exp[i(k_1 x \sin \alpha + k_1 z \cos \alpha)] \\ \times (\mathbf{e}_x \cos \alpha - \mathbf{e}_z \sin \alpha).$$

При $z = 0$ получим

$$\hat{E}_{1x}^i = \int_{-\infty}^{+\infty} E_x^+(x) \exp(-i\xi x) dx \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(ik_1 x \sin \alpha) \exp(-i\xi x) \cos \alpha dx \\ = 2\pi \delta(k_1 \sin \alpha - \xi) \cos \alpha.$$

Из формул (19) и (20) находим поле в первой среде (с учетом того, что $k_{1z}|_{\xi=k_1 \sin \alpha} = k_1 \cos \alpha$):

$$E_1(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} \exp(ik_{1z}z) - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} R(\xi) \exp(-ik_{1z}z) \right] \times$$

$$\begin{aligned} &\times 2\pi\delta(k_1\sin\alpha - \xi)\exp(i\xi x)\cos\alpha d\xi = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ 0 \\ -\sin\alpha \end{pmatrix} \\ &\times \exp[i(k_1x\sin\alpha + k_1z\cos\alpha)] - R(k_1\sin\alpha) \\ &\times \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ 0 \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \exp[i(k_1x\sin\alpha - k_1z\cos\alpha)]. \end{aligned}$$

В результате мы получаем, что полное поле есть сумма полей падающей и отраженной плоских волн, причем коэффициент отражения $R = R(k_1\sin\alpha)$.

Пусть теперь на пленку падает ограниченная плоская волна, причем при $z = 0$ она (рис.2) падает только на отрезок $x \in [-L/2, L/2]$. Тогда

$$\begin{aligned} \hat{E}_{1x}^i(\xi) &= \int_{-L/2}^{L/2} E_x^+(x)\exp(-i\xi x)dx \\ &= \int_{-L/2}^{L/2} \exp(ik_1x\sin\alpha)\exp(-i\xi x)\cos\alpha dx \\ &= 2\cos\alpha \frac{\sin[(k_1\sin\alpha - \xi)L/2]}{k_1\sin\alpha - \xi}. \end{aligned} \tag{22}$$

Подставляя это выражение в формулы (19) и (20), находим полное поле в первой среде

$$\begin{aligned} E_1(x, z) &= \frac{L\cos\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} \frac{\sin[(k_1\sin\alpha - \xi)L/2]}{(k_1\sin\alpha - \xi)L/2} \\ &\times \exp[i(\xi x + k_{1z}z)]d\xi - \frac{L\cos\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} \\ &\times \frac{R(\xi)\sin[(k_1\sin\alpha - \xi)L/2]}{(k_1\sin\alpha - \xi)L/2} \exp[i(\xi x - k_{1z}z)]d\xi. \end{aligned} \tag{23}$$

Первый интеграл в (23) представляет собой сумму плоских волн, на которые можно разложить падающий пучок с ограниченной апертурой. Второй интеграл есть соответствующая сумма отраженных плоских волн. Влияние апертуры на отраженную волну приводит к распределению энергии падающей волны по волнам в различных направлениях в окрестности угла α .

Итак, полное поле в первой среде можно представить как сумму падающего и отраженного полей: $E_1(x, z) = E_1^i(x, z) + E_1^r(x, z)$. Выражения для падающего и отраженного полей в области $z \leq 0$ и поля, прошедшего в третью среду в области $z \geq d_1$, можно записать в виде

$$\begin{aligned} E_1^i(x, z) &= \frac{L\cos\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} \frac{\sin[(k_1\sin\alpha - \xi)L/2]}{(k_1\sin\alpha - \xi)L/2} \\ &\times \exp[i(\xi x + k_{1z}z)]d\xi, \end{aligned} \tag{24}$$

$$E_1^r(x, z) = -\frac{L\cos\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\xi}{k_{1z}} \end{pmatrix} \frac{R(\xi)\sin[(k_1\sin\alpha - \xi)L/2]}{(k_1\sin\alpha - \xi)L/2} \times$$

$$\times \exp[i(\xi x - k_{1z}z)]d\xi, \tag{25}$$

$$\begin{aligned} E_3(x, z) &= \frac{L\cos\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\xi}{k_{3z}} \end{pmatrix} \frac{\sin[(k_1\sin\alpha - \xi)L/2]}{(k_1\sin\alpha - \xi)L/2} \\ &\times \mathfrak{T}(\xi)\exp\{i[\xi x + k_{3z}(z - d_1)]\}d\xi. \end{aligned} \tag{26}$$

Из (25) следует, что амплитуда поля, отраженного под углом β в пределах малого угла $d\beta$ (с учетом того, что $\xi = k_1\sin\beta$ и $d\xi = k_1\cos\beta d\beta$),

$$\frac{dE_{1a}^r}{d\beta} = \frac{k_1L\cos\alpha}{2\pi} \left| \frac{\sin[(\sin\alpha - \sin\beta)k_1L/2]}{(\sin\alpha - \sin\beta)k_1L/2} R(k_1\sin\beta) \right|. \tag{27}$$

Зависимость (27) определяет угловое распределение амплитуды отраженного поля при падении из первой среды на границу $z = 0$ волны с единичной амплитудой. Падающий пучок ограничен апертурой $D = L\cos\alpha$.

3. Распределение полей на границах пленки. Нелокальность отражения

Рассмотрим схему возбуждения поверхностных плазмонов Кречмана (см. рис.1). Будем считать, что пленка серебряная. Как было показано, например, в [21], при бесконечной апертуре падающего пучка существует оптимальная толщина серебряной пленки. Для призмы с показателем преломления $n_1 = 1.6$ оптимальная толщина пленки и ее комплексная диэлектрическая проницаемость приведены в табл.1. Предполагается, что длина падающей волны в вакууме $\lambda = 633$ нм. При этом пучок с бесконечно большой апертурой, падающий под углом α , порождает волну, отраженную строго под углом α (распределение по углам отражения является δ -функцией). Зависимость коэффициента отражения от угла падения α для данного случая показана на рис.3. В рассмотренном случае возбуждается вся поверхность границ раздела (апертура падающего пучка равна бесконечности).

Если теперь осветить пленку пучком с ограниченной апертурой под оптимальным углом $\alpha = \alpha_{opt} \approx 40.041^\circ$, то из-за конечности L распределение отраженного поля по углам отражения β уже не будет δ -функцией. Введем следующую функцию:

$$\begin{aligned} F(\beta) &= \frac{2\pi}{k_1L\cos\alpha_{opt}} \frac{dE_{1a}^r}{d\beta} \\ &= \left| \frac{\sin[(\sin\alpha_{opt} - \sin\beta)k_1L/2]}{(\sin\alpha_{opt} - \sin\beta)k_1L/2} R(k_1\sin\beta) \right|. \end{aligned} \tag{28}$$

Табл.1.

Номер среды j	Название слоя	Относительная диэлектрическая проницаемость	Толщина пленки (нм)
1	призма	1.6 ²	полубесконечная среда
2	серебряная пленка	$\epsilon_2 = -18.2 + i0.5$	53.8
3	свободное пространство (воздух)	1	полубесконечная среда

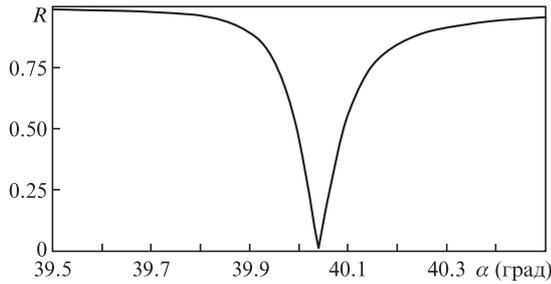


Рис.3. Коэффициент отражения по полю при падении бесконечной плоской волны с р-поляризацией на серебряную пленку как функция угла падения α .

Функция $F(\beta)$ пропорциональна амплитуде напряженности электрического поля волны, отраженной под углом β , и определяет угловую зависимость коэффициента отражения. На рис.4 зависимость $F(\beta)$ показана для $L = 25, 50$ и 100 мкм.

Из рис.4 видно, что с увеличением L и, значит, апертуры $D = L \cos \alpha_{\text{опт}}$ угловой разброс пространственных гармоник уменьшается. Угловой разброс с точностью до константы можно оценить функцией $\Delta\beta \propto \lambda_1/D$, которая точно определяется выражением (28). Рассматривая зависимости на рис.4 с точки зрения чувствительности датчиков, можно сделать следующий вывод. Если датчик анализирует угловой спектр отраженных волн, как в [24], то при дифракционной ширине $\Delta\beta$, в несколько раз большей угловой ширины минимума, связанного с поверхностной волной (см. рис.3), дифракционное уширение углового спектра, обусловленное конечностью апертуры падающего пучка, не будет влиять на чувствительность датчика на поверхностных плазмонах. Кроме того, из рис.4 видно, что чем больше L , тем бóльшая часть энергии волны находится в зоне сильного взаимодействия с поверхностной плазмонной волной и тем с большей эффективностью происходит ее возбуждение.

Рассмотрим теперь, как влияет конечный размер апертуры на локализацию отраженного поля на границе $z = 0$. Падающее, $E_1^i(x, 0)$, и отраженное, $E_1^r(x, 0)$, поля на этой границе определяются формулами (24) и (25) соответственно. На рис.5,а показано распределение амплитуд x -составляющих падающего, $|E_{1x}^i(x, 0)|$, и отраженного, $|E_{1x}^r(x, 0)|$, полей для $L = 50$ мкм. Видно, что область, на которую падает волна, и область, от которой она отражается, различны. Вблизи точек разрыва амплитуд волн возникают колебания, связанные с известным явлением Гиббса при фурье-преобразованиях разрывных функций

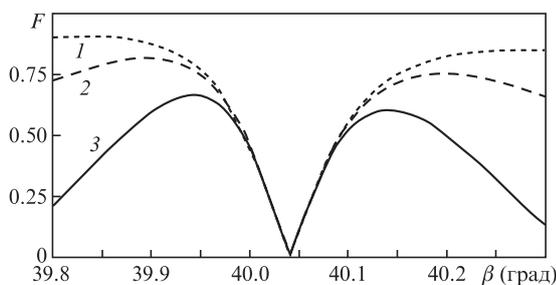


Рис.4. Угловое распределение амплитуды отраженного сигнала $F(\beta)$ в случае падения плоской р-поляризованной волны с ограниченной апертурой пучка на серебряную пленку при $L = 25$ (1), 50 (2) и 100 мкм (3).

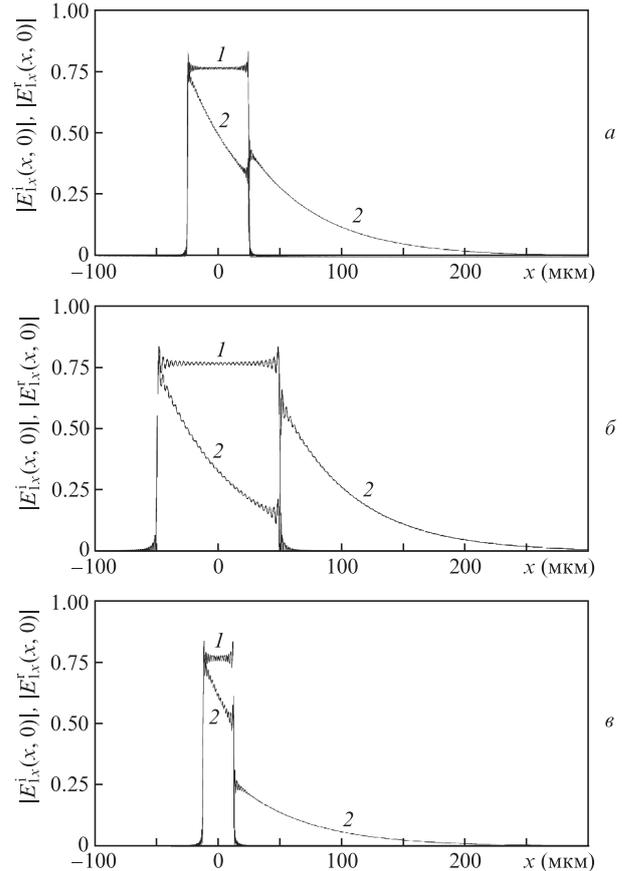


Рис.5. Распределения амплитуд x -составляющих падающего, $|E_{1x}^i(x, 0)|$ (1), и отраженного, $|E_{1x}^r(x, 0)|$ (2), полей на границе $z = 0$ при $L = 50$ (а), 100 (б) и 25 мкм (в).

[25] (с. 91). Однако это не окажет влияния на физические результаты рассмотрения задачи.

Можно объяснить поведение зависимостей на рис.5,а следующим образом. В точке $x = -L/2$ падающая волна начинает взаимодействовать с пленкой, в этом месте начинается расти амплитуда поверхностной волны, которая излучает в призму. Эта волна интерферирует с волной, отраженной от границы $z = 0$, и формирует отраженную волну, амплитуда которой уменьшается с ростом x . Справа от точки $x = L/2$ исчезает падающая волна, а также волна, отраженная от границы $z = 0$, и остается только волна, излучаемая поверхностной волной в призму, амплитуда которой экспоненциально уменьшается по мере ослабления поверхностной волны за счет этого переизлучения.

Отметим, что поверхностная волна распространяется на свободной границе за пределы области возбуждения и при этом излучает в призму. Поле поверхностной волны затухает здесь экспоненциально, причем, как показали расчеты, константа затухания не зависит от L .

Приведенное объяснение подтверждают рис.5,б и в, на которых показаны те же, что и на рис.5,а, зависимости, но для $L = 100$ и 25 мкм соответственно (т.е. для вдвое большей и вдвое меньшей апертуры падающего пучка).

На рис.5,б в пределах области падения поверхностной волны ее амплитуда увеличивается больше, чем на рис.5,а. Это приводит к большему уменьшению амплитуды отраженной волны на границе $x = L/2$ и большей амплитуде волны, излучаемой при $x > L/2$ поверхностной

волной в призму. На рис.5,в видны обратные изменения. Отметим, что для всех трех апертур амплитуда поверхностной волны при $x > L/2$ убывает экспоненциально с одной и той же постоянной убывания.

Данную картину можно подтвердить, рассматривая поле при $z = d_1$. Это поле определяется поверхностной плазмонной волной, возбужденной на внешней поверхности металлической пленки.

На рис.6,а приведены распределения амплитуд x -составляющей, $|E_{3x}(x, d_1)|$ (кривая 1), и z -составляющей, $|E_{3z}(x, d_1)|$ (кривая 2), электрического поля на границе пленки и свободного пространства, при $z = d_1$, рассчитанных по формуле (26) при $L = 50$ мкм. Для сравнения показано также распределение x -составляющей $|E_{1x}^i(x, 0)|$ падающего электрического поля на границе пленки и призмы, при $z = 0$ (кривая 3). На границе $z = d_1$ существует только поверхностная плазмонная волна. Видно, что ее амплитуда возрастает до правой границы области возбуждения и затем экспоненциально убывает, когда внешняя подпитка поверхностной волны прекращается. В месте, где исчезает падающая волна, амплитуды составляющих поверхностной волны имеют максимумы.

На рис.6,б и в показаны те же зависимости, что и на рис.6,а, но для $L = 100$ и 25 мкм соответственно. Из рис.6 видно, что чем больше длина L , тем большей величины достигает амплитуда электрического поля в максимуме, на правой границе области возбуждения. Характерная длина, на которой убывает амплитуда поверхностной

волны, одинакова для всех трех случаев. Амплитуды полей нормированы на единичную амплитуду падающей волны. Знание областей максимального поля и амплитуд составляющих полей в максимуме может быть важно для таких приложений, как оптическая эмиссия электронов с поверхности металлических пленок [26, 27] и генерация высших оптических гармоник [28].

Вернемся к отраженным волнам на рис.5 (кривые 2). Одна волна отражается справа от левой границы засвеченной области ($x = -L/2$), а вторая – справа от правой границы этой области ($x = L/2$). Очевидно, что вклад в первую волну поверхностной волны минимален (амплитуда поверхностной волны еще мала), а вторая волна полностью обусловлена излучением поверхностной волны в призму. Поэтому эти волны, вообще говоря, отражаются с фазовым сдвигом, который сильно зависит от влияния внешней среды на поверхностную волну. Это явление принято называть эффектом Гуса–Хенхен [29, 30]. Эффект используется для создания оптических сенсоров с высокой чувствительностью [31–33]. Исходя из изложенной выше теории, по амплитудам указанных двух отраженных от внутренней поверхности пленки ($z = 0$) волн легко найти разность фаз отраженных волн вдали от пленки, вблизи детектора. Как показали расчеты, разность фаз этих волн близка к π и точно равна π в дальней зоне, где под углом α_{opt} наблюдается глубокий минимум интерференции (см. рис.4). Из рис.5 видно, что расстояние между отраженными лучами в ближней зоне равно $D = L \cos \alpha_{opt}$.

Отметим, что результаты расчетов, проведенных в настоящей работе, соответствуют экспериментальным результатам работы [34] по исследованию эффекта Гуса–Хенхен. Однако в работе [34] кроме падающей р-поляризованной волны рассматривается еще и s-поляризованная волна, которая отражается без смещения. Исследуется также слишком узкий падающий пучок. Если убрать s-поляризованную волну и оставить только падающую р-поляризованную волну, как в настоящей работе, то удалось бы заметить, что расстояние между отраженными пучками близко к $D = L \cos \alpha_{opt}$.

4. Выводы

Предложен теоретический метод исследования дифракционных явлений при отражении плоского электромагнитного пучка с ограниченной апертурой от металлической серебряной пленки в схеме Кречмана, который легко обобщается на случай многослойной металло-диэлектрической структуры. Показано, что при наличии поверхностной волны отражение волны происходит нелокально, т.е. область падения волны на пленку и область, из которой излучается отраженная волна, не совпадают. Определены условия максимизации амплитуды поверхностной волны на свободной границе пленки и абсолютные значения усиления поля. Рассмотрено применение изложенной теории к описанию эффекта Гуса–Хенхен. Полученные результаты могут быть полезны при разработке современных оптических многоканальных биологических, химических и физических сенсорных систем, а также систем с оптически стимулированной электронной эмиссией и систем нелинейной оптики.

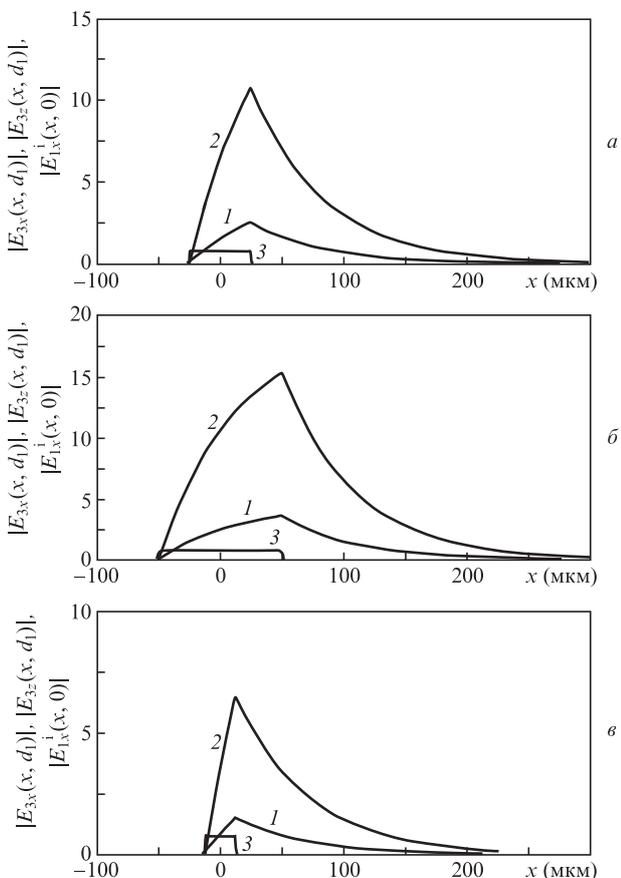


Рис.6. Распределения амплитуд x -составляющей, $|E_{3x}(x, d_1)|$ (1), и z -составляющей, $|E_{3z}(x, d_1)|$ (2), электрического поля на границе $z = d_1$ пленки и свободного пространства, а также x -составляющей $|E_{1x}^i(x, 0)|$ падающего электрического поля на границе $z = 0$ пленки и призмы (3) при $L = 50$ (а), 100 (б) и 25 мкм (в).

1. Homola J., Yee S.S., Gauglitz G. *Sens. Actuators B*, **54**, 3 (1999).
2. Barnes W.L., Dereux A., Ebbesen T.W. *Nature*, **424**, 824 (2003).

3. Homola J. *Chem. Rev.*, **108**, 462 (2008).
4. Spoto G., Minunni M. *J. Phys. Chem. Lett.*, **3**, 2682 (2012).
5. Raether H. *Surface Plasmons* (Berlin: Springer-Verlag, 1988).
6. Barnes W.L. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **8**, S87 (2006).
7. Kretschmann E., Raether H. *Z. Naturforsch. A*, **23**, 2135 (1968).
8. Piliarik M., Homola J. *Opt. Express*, **17** (19), 16505 (2009).
9. Liedberg B., Nylander C., Lundstrom I. *Sens. Actuators*, **4**, 299 (1983).
10. Liedberg B., Nylander C., Lundstrom I. *Biosens. Bioelectron.*, **10**, i-ix (1995).
11. Garabedian R., Gonzalez C., Richards J., et al. *Sens. Actuators A*, **43**, 202 (1994).
12. Yeatman E.M. *Biosens. Bioelectron.*, **11**, 635 (1996).
13. Sarid D. *Phys. Rev. Lett.*, **47**, 1927 (1981).
14. Matsubara K., Kawata S., Minami S. *Opt. Lett.*, **15**, 75 (1990).
15. Yang F., Bradberry G.W., Sambles J.R. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 2030 (1991).
16. Kessler M.A., Hall E.A.H. *Thin Solid Films*, **272**, 161 (1996).
17. Nenninger G.G., Tobiska P., Homola J., Yee S.S. *Sens. Actuators B*, **74**, 145 (2001).
18. Toyama S., Doumae N., Shoji A., Ikariyama Y. *Sens. Actuators B*, **65**, 32 (2000).
19. Airoudj A., Debarnot D., Beche B., Poncin-Epaillard F. *Anal. Chem.*, **80**, 9188 (2008).
20. Петрин А.Б., Вольпян О.Д., Сигов А.С. *Оптика и спектроскопия*, **123** (5), 786 (2017) [*Opt. Spectrosc.*, **123** (5), 798 (2017)].
21. Петрин А.Б., Вольпян О.Д., Сигов А.С. *ЖТФ*, **88** (3), 433 (2018) [*Tech. Phys.*, **63** (3), 422 (2018)].
22. Петрин А.Б. *Оптика и спектроскопия*, **125** (3), 375 (2018) [*Opt. Spectrosc.*, **125** (3), 390 (2018)].
23. Новотный Л., Хехт Б. *Основы нанооптики*. Под ред. В.В.Самарцева (М.: Физматлит, 2009).
24. Löfas S., Malmqvist M., Rönnerberg I., et al. *Sens. Actuators B*, **5**, 79 (1991).
25. Анго А. *Математика для электро- и радиоинженеров* (М.: Наука, 1967).
26. Racz P., Irvine S.E., Lenner M., et al. *Appl. Phys. Lett.*, **98** (11), 111116 (2011).
27. Welsh G.H., Wynne K. *Opt. Express*, **17**, 2470 (2009).
28. Kim S., Jin J., Kim Y., et al. *Nature*, **453** (5), 757 (2008).
29. Goos F., Hänchen H. *Ann. Phys.*, **1**, 333 (1947).
30. Renard R. *J. Opt. Soc. Am.*, **54**, 1190 (1964).
31. Yin X., Hesselink L. *Appl. Phys. Lett.*, **89**, 261108 (2006).
32. Wan Y., Zheng Z., Zhu J. *J. Opt. Soc. Am. B*, **28** (2), 314 (2011).
33. Parks A.D., Spence S.E. *Appl. Opt.*, **54** (18), 5872 (2015).
34. Москаленко Б.В., Соболева И.Б., Федянин А.А. *Письма в ЖЭТФ*, **91** (8), 414 (2010) [*JETP Lett.*, **91** (8), 382 (2010)].