

Моделирование механизмов квантовой логики методом наложенных голограмм Фурье, основанным на нелинейности экспозиционных характеристик голографических регистрирующих сред

А.В.Павлов, В.В.Орлов

Рассмотрена схема голографии Фурье с наложенными голограммами и обращением волнового фронта. Показано, что субголограммы, возникающие при записи наложенных голограмм вследствие квадратичной нелинейности экспозиционных характеристик голографических регистрирующих сред, формируют связи, необходимые для реализации используемого в квантовой логике механизма последовательного проецирования входного вектора на подпространства эталона. Описан классический механизм когнитивного феномена «Линда», относящегося к категории квантово-подобных. Дана экспериментальная иллюстрация самостоятельного формирования субголограмм за счет нелинейности экспозиционных характеристик голографических регистрирующих сред.

Ключевые слова: наложенные голограммы, мультиплексная голограмма, голография Фурье, голографическая память, голографическая регистрирующая среда, экспозиционная характеристика, обработка информации, квантовая логика, квантово-подобные феномены, оператор проецирования, некоммутативность.

1. Введение

Метод наложенных голограмм, т.е. голограмм, последовательно записанных на одном участке регистрирующей среды, широко применяется при создании контекстно-адресуемой памяти [1–3], при обработке информации [4–9], в сенсорных и измерительных системах [10–15]. Одна из архитектур, часто применяемых для построения автоассоциативной памяти (ААП) и систем обработки информации – 4f-схема голографии Фурье с обращением волнового фронта (ОВФ) [16, 17]. Эта схема часто рассматривается как реализация биологически мотивированной модели ААП Хопфилда, но позволяет реализовать и более сложные модели, например линейного предсказателя случайных процессов [18].

Свойства голографической системы и реализуемой модели зависят от экспозиционных характеристик голографических регистрирующих сред (ЭХ ГРС), используемых для записи наложенных голограмм и в устройствах ОВФ. Для голографической ААП принципиально важна нелинейность ОВФ, обеспечивающая «очистку» восстанавливаемого образа от шумов и искажений и изначально включенная в модель [16, 17]. В то же время нелинейность ЭХ ГРС анализировалась с точки зрения лишь отдельных свойств: отношения сигнал/помеха [19, 20], чувствительности к искажениям [21–24], дополнительных порядков дифракции [25] и т. п.

В настоящее время внимание привлекают биологические, физические и социально-мотивированные модели обработки информации, которые, несмотря на различие природы лежащих в их основе процессов, могут быть

объединены понятием «сетевые». Сетевой характер определяется ключевой ролью взаимозависимости и взаимодействия элементов, объединяющих их в ансамбли, обладающие внутренней коррелированностью как важнейшим атрибутом информации. С этой точки зрения к сетевым методам безусловно относятся лазерная [26] и когерентная оптика [27], включая и голографию [4–9, 28–31].

В этой области в последние годы все большее применение находит математический аппарат квантовой физики (а именно, квантовая логика [32] и квантовая вероятность [33] для описания ряда явлений и процессов, ранее рассматривавшихся как классические [26–31, 34–41]). Причина заключается в том, что проблема неадекватности их описания классическими методами [41], например посредством классической колмогоровской теории вероятности [42], была успешно решена именно при использовании квантовой логики и квантовой вероятности [34–40].

Глобальная нерешенность проблемы интерпретации в квантовой физике [43, 44] и в этом случае оставляет простор для широкого спектра мнений о фундаментальных причинах и механизмах, обуславливающих наличие аналогий на уровне математического описания квантовой механики и сетевых процессов [45]. Здесь важно отметить, что в ряде случаев из аппарата квантовой физики используется лишь та часть, которая не имеет сугубо квантовой специфики. Например, свойство некоммутативности как атрибут квантовой логики [32] и вероятности [33] позволило описать ряд экспериментально наблюдаемых феноменов [37, 38, 41], но какой-либо исключительно квантовой природой само по себе еще не обладает. Поэтому, исходя из принципа минимизации сложности объяснения, на наш взгляд целесообразно, не отрицая в принципе саму возможность наличия квантовых механизмов в сетевых процессах, попытаться найти классические механизмы таких феноменов.

В настоящей работе на основе анализа схемы голографии Фурье с наложенными голограммами и обращением

волнового фронта показано, что причиной некоммутативности операторов логико-алгебраического описания может быть нелинейность экспозиционных характеристик голографических регистрирующих сред. С учетом междисциплинарного аспекта работа построена следующим образом. В разд.2 кратко описаны используемый в качестве наглядного примера когнитивный феномен «Линда» [41] и его формальный квантово-логический механизм [37, 38]; затем этот механизм представлен в виде сетевой модели. В разд.3 и 4 рассмотрено моделирование методом наложенных голограмм Фурье. В разд.5 дано экспериментальное подтверждение формирования решеток с различными частотами вследствие нелинейности ЭХ ГРС. Нами принята терминология, традиционная для оптики: ансамбли и представляющие их в соответствующих плоскостях волновые поля, изображения, рассматриваются согласно принципу Гюйгенса–Френеля как совокупности дифракционно-ограниченных точечных источников и обозначены термином «образ».

2. Феномен «Линда» и его сетевая модель

Описание когнитивного феномена «Линда» и представление его формального квантово-логического механизма сетевой моделью позволяет сформулировать ключевой вопрос его реализации с точки зрения свойств системы и перейти к его решению.

Суть феномена [41] заключается в следующем. Проводился опрос: респондентам кратко рассказывали о вымышленной персоне по имени Линда, а затем предлагали выбрать из списка ответов – кем является Линда? Анализировались три варианта ответа: «Феминистка» (F), «Кассир в банке» (T) и «Феминистка, работающая кассиром в банке» ($F \& T$). Рассказ был построен так, чтобы вызвать явные ассоциации с ответом «Феминистка» и никаких – с «Кассир». Эти два варианта в [37, 38] трактовались как несовместные, хотя на самом деле это не так – они независимы. По результатам статистической обработки ответов оценивались их вероятности, которые соотносятся как: $P(F) > P(F \& T) > P(T)$.

Экспериментальный результат $P(F \& T) > P(T)$ противоречит классической теории вероятности для независимых событий [42], но правомочен в квантовой физике [33], что и стимулировало квантово-логическое описание его гипотетического механизма [37, 38].

Представим согласно [37, 38] три образа «Линда», «Феминистка» и «Кассир» векторами L , F и T соответственно. В квантовой логике [32] операции формализованы оператором проецирования, в нашем примере – проецированием вектора состояния системы L на подпространства \mathcal{F} и \mathcal{T} пространства состояний системы. Поскольку события F и T независимы, то вектор L проецируется на \mathcal{F} и \mathcal{T} последовательно, а результат зависит от порядка проецирования, что и демонстрирует рис.1 [37, 38]: если вначале вектор L проецируется на более вероятное подпространство \mathcal{F} , а уже затем вектор, описывающий состояние в \mathcal{F} , – на \mathcal{T} , то вероятность ответа «Кассир» выше, чем при проецировании L сразу на подпространство \mathcal{T} .

Представим реализацию этого механизма в виде сетевой модели, приведенной на рис.2. Каждый из векторов L , F и T описывает состояние некоторого образа: L описывает текущее состояние системы по восприятию информации (рассказа) о Линде, векторы F и T – ранее запомненную информацию о соответствующих образах, кото-

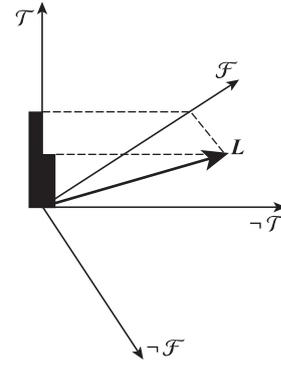


Рис.1. Принципиальная схема конъюнкции применительно к феномену «Линда» как последовательных проецирований вектора состояния L на подпространства \mathcal{F} и \mathcal{T} , представленные для простоты соответствующими осями; оси $\neg \mathcal{F}$ и $\neg \mathcal{T}$ представляют отрицание, определяемое в квантовой логике как ортогональное дополнение [34].

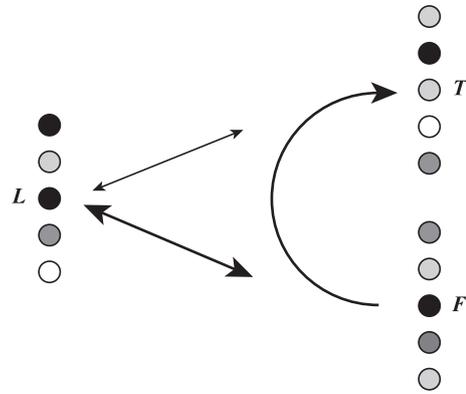


Рис.2. Сетевая модель феномена «Линда», этап конъюнкции: толщины линий между образами (ансамблями) L , F и T соответствуют силе ассоциативных связей, возникающих при предъявлении системе, обученной эталонными образами F и T , образа L ; дуга – требуемая для реализации модели последовательных проекций связь F и T , не заданная явно при обучении.

рая хранится в сетевых связях (описываемых в подпространствах \mathcal{F} и \mathcal{T} матриц весов связей в нейросетях, голограмм в оптике и т. п.) Независимость F и T означает отсутствие связи между этими образами при обучении системы – каждый из них независимо от другого записан на своей голограмме.

Из рис.2 видно, что для реализации последовательного проецирования вектора состояния L на подпространства \mathcal{F} и \mathcal{T} в первую очередь необходим механизм самостоятельного формирования сетью связи F и T , показанной на рис.2 дуговой стрелкой. Затем эта связь должна быть использована для проецирования на подпространство \mathcal{T} из \mathcal{F} вектора, описывающего результат проекции L на \mathcal{F} . Ниже покажем, что искомая связь может быть создана известным механизмом формирования комбинационных частот нелинейной системой, актуального и в голографии [25].

3. Голографическая реализация

3.1. Запись наложенных голограмм

В квантовой механике вероятность события B_{xy} (например, нахождения частицы в точке с координатами x, y) согласно правилу Борна задается формулой

$$P_\psi(B_{xy}) = \psi(x, y)\psi^*(x, y), \tag{1}$$

где ψ – волновая функция частицы или амплитуда вероятности [46]. Выражение (1) формально соответствует классическому определению интенсивности в волновой физике, волновая функция $\psi(x, y)$ описывает поле комплексных амплитуд. Это позволяет нам использовать интенсивность поля $I(x, y) = \psi(x, y)\psi^*(x, y)$ как аналог вероятности в модели исследуемого феномена.

Рассмотрим запись двух тонких, т. е. обладающих свойством угловой инвариантности, наложенных голограмм Фурье в $4f$ -схеме с пространственным разнесением внеосевых точечных опорных источников (рис.3). Для простоты по возможности будем использовать описание образов как функций только одной переменной x .

При записи наложенных голограмм по схеме рис.3 в фурье-плоскости Г (задней фокальной плоскости первой фурье-преобразующей линзы Л1) формируются подлежащие записи на ГРС распределения интенсивностей:

$$I_F(v) \propto [R_F \exp(j\omega x_F) + F(F(x))] \times [R_F \exp(j\omega x_F) + F(F(x))]^*, \tag{2}$$

$$I_T(v) \propto [R_T \exp(j\omega x_T) + F(T(x))] \times [R_T \exp(j\omega x_T) + F(T(x))]^*,$$

где $v = \zeta/\lambda f$ – пространственная частота; ζ – пространственная координата в фурье-плоскости Г; $\omega = 2\pi v$ – круговая пространственная частота; R_F и R_T – амплитуды плоских волновых фронтов, пропорциональные амплитудам точечных опорных источников, описываемых дельта-функциями $\delta_F(x)$ и $\delta_T(x)$; x_F и x_T – их координаты соответственно; F – символ преобразования Фурье.

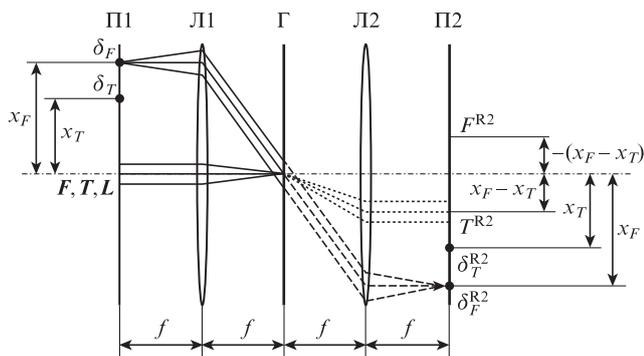


Рис.3. Схема $4f$ голографии Фурье для двух наложенных голограмм: F, T – эталонные образы «Феминистка» и «Кассир»; L – образ «Линда», предъявляемый записанной мультиплексной голограмме; δ_F и δ_T – внеосевые точечные источники, смещенные на x_F и x_T относительно главной оптической оси, соответственно; П1 – плоскость образов; Л1, Л2 – первая и вторая фурье-преобразующие линзы с фокусными расстояниями f ; Г – плоскость голограммы (задняя фокальная плоскость линзы Л1); П2 – задняя фокальная плоскость линзы Л2 (плоскость откликов голограммы). Штриховыми линиями показан ход лучей, дифрагирующих на наложенной голограмме «Феминистка» и восстанавливающих в плоскости П2 изображение опорного источника δ_F^{R2} ; пунктирными линиями – ход лучей, дифрагирующих на субголограмме, возникающей вследствие квадратичной нелинейности, и восстанавливающих образ «Кассир» $T^{R2}(x)$. Ход лучей для наложенной голограммы «Кассир», восстанавливающей изображение точечного источника δ_T^{R2} , не показан.

Примем, что нелинейная ЭХ ГРС может быть представлена степенным рядом, и ограничимся первыми двумя членами: линейным и квадратичным. Если формирование нелинейности ЭХ ГРС происходит после записи всех наложенных голограмм, то правомочно представление передаточной функции (для амплитудных ГРС – зависимости амплитудного пропускания от пространственной частоты) мультиплексной голограммы $H(v) = H_F(v) + H_T(v)$ в следующем виде:

$$H(v) = \eta_1 \{ [R_F \exp(j\omega x_F) + F(F(x))] \times [R_F \exp(j\omega x_F) + F(F(x))]^* + [R_T \exp(j\omega x_T) + F(T(x))] \times [R_T \exp(j\omega x_T) + F(T(x))]^* \} + \eta_2 \{ [R_F \exp(j\omega x_F) + F(F(x))] \times [R_F \exp(j\omega x_F) + F(F(x))]^* + [R_T \exp(j\omega x_T) + F(T(x))] \times [R_T \exp(j\omega x_T) + F(T(x))]^* \}^2, \tag{3}$$

где η_1 и η_2 – коэффициенты при линейном и квадратичном членах разложения, зависящие от свойств ГРС. Далее для краткости компоненты (3), описываемые линейным членом, будем называть линейной голограммой (как частный случай линейной системы). Рассмотрим квадратичный член. Его разложение (громоздкие выкладки опускаем) содержит два слагаемых, описывающих показанную дугой на рис.2 искомую связь между не связанными при записи голограммы (3) опорными источниками $\delta_F(x)$ и $\delta_T(x)$ и, при наличии угловой инвариантности, эталонными образами $F(x)$ и $T(x)$:

$$H_{FT}(v) = \eta_2 [F^*(F(x))F(T(x))R_F R_T \exp(j\omega(x_F - x_T)) + F(F(x))F^*(T(x))R_F R_T \exp(-j\omega(x_F - x_T))]. \tag{4}$$

Выражение (4) описывает новую голограмму в составе мультиплексной голограммы (3), возникшую вследствие квадратичной нелинейности ЭХ ГРС [25] (назовем ее субголограммой).

3.2. Отклики мультиплексной голограммы при прямом прохождении света

При предъявлении в плоскости входных образов на схеме рис.3 образа «Линда» $L(x)$ мультиплексная голограмма (3) в $+1$ -х порядках дифракции, описываемых линейным членом (3), в плоскости П2 (задней фокальной плоскости фурье-преобразующей линзы Л2) восстанавливает изображения точечных опорных источников:

$$\delta_F^{R2}(\Delta) = \eta_1(L(x) \otimes F(x)), \tag{5a}$$

$$\delta_T^{R2}(\Delta) = \eta_1(L(x) \otimes T(x)), \tag{5б}$$

где верхний индекс R2 означает восстановленный в плоскости П2; Δ – координата в плоскости П2; \otimes – символ

операции корреляции. Без потери общности полагаем фокусные расстояния линз Л1 и Л2 равными. Обозначим амплитуды корреляционных функций в точках $\Delta = 0$ как скалярные произведения $\langle \cdot \rangle$:

$$\max[L(x) \otimes F(x)] = \langle L(x), F(x) \rangle, \quad (6a)$$

$$\max[L(x) \otimes T(x)] = \langle L(x), T(x) \rangle. \quad (6b)$$

Введем их отношение, для которого по условиям эксперимента [41] имеет место неравенство

$$k = \frac{\langle L(x), F(x) \rangle}{\langle L(x), T(x) \rangle} > 1. \quad (7)$$

Отклики в плоскости П2 формирует также и субголограмма (4):

$$\begin{aligned} T^{R2(4)}(\Delta) &= \eta_2 F[F(L(x))F^*(F(x))F(T(x))] \\ &\times R_F R_T \exp(j\omega(x_F - x_T)) = \eta_2 R_F R_T \\ &\times \{T(x) * [L(x) \otimes F(x)] * \delta(x_F - x_T)\}, \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} R^{R2(4)}(\Delta) &= \eta_2 F[F(L(x))F(F(x))F^*(T(x))] \\ &\times R_F R_T \exp(-j\omega(x_F - x_T)) = \eta_2 R_F R_T \\ &\times \{F(x) * [L(x) \otimes T(x)] * \delta(x_T - x_F)\}, \end{aligned} \quad (8b)$$

где * – символ операции свертки (обозначение (4) при R2 – указание на описание (в статье – номер формулы) субголограммы, дающей этот отклик, а последовательность записи восстановленных образов (8a) и (8b) соответствует последовательности слагаемых в (4)).

Для большей ясности изложения пренебрежем дифракционным уширением восстановленных образов (8a) и (8b). Такое допущение правомочно в силу принципиально нелинейного последующего ОВФ в плоскости П2 [16, 17]. Тогда выражения (8) принимают вид

$$T^{R2(4)}(\Delta) = \eta_2 R_F R_T \langle L(x), F(x) \rangle \{T(x) * \delta(x_F - x_T)\}, \quad (9a)$$

$$F^{R2(4)}(\Delta) = \eta_2 R_F R_T \langle L(x), T(x) \rangle \{F(x) * \delta(x_T - x_F)\}. \quad (9b)$$

С учетом (7) представим (9a) в виде

$$T^{R2(4)}(\Delta) = k \eta_2 R_F R_T \langle L(x), T(x) \rangle \{T(x) * \delta(x_F - x_T)\},$$

откуда получим отношение интенсивностей восстановленных субголограммой (4) в плоскости П2 образов (8a) и (8b) («Кассир»/«Феминистка»):

$$V^{(4)} = \frac{\langle T^{R2(4)}(\Delta), T^{R2(4)}(\Delta) \rangle}{\langle F^{R2(4)}(\Delta), F^{R2(4)}(\Delta) \rangle} = \left(\frac{\langle L(x), F(x) \rangle}{\langle L(x), T(x) \rangle} \right)^2 = k^2. \quad (10)$$

3.3. Восстановление образов в обратном ходе лучей (линейная голограмма)

Рассмотрим поля, формируемые в плоскости П1 линейной голограммой на главной оптической оси в результате обращения в плоскости П2 волновых фронтов

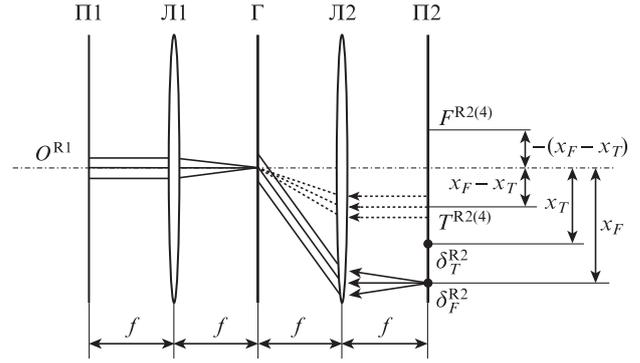


Рис.4. Схема 4f голографии Фурье для двух наложенных голограмм на этапе обращения волнового фронта в плоскости П2: $F^{R2(4)}$, $T^{R2(4)}$ – восстановленные субголограммой (4) образы «Феминистка» и «Кассир»; δ_F^{R2} и δ_T^{R2} – точечные источники, формируемые устройством обращения волнового фронта (на схеме не показано). Остальные обозначения те же, что и на рис.3.

от восстановленных изображений точечных опорных источников (5a) и (5б) (рис.4); примем, что в области главной оптической оси в плоскости П2 обращения волнового фронта нет.

Как и ранее, пренебрежем дифракционным размытием восстановленных образов и рассмотрим прохождение излучения от точечного источника $\delta_F^{R2}(\Delta)$; для $\delta_T^{R2}(\Delta)$ анализ аналогичен. Линейная голограмма формирует в П1 несколько дифракционных порядков (при выборе знаков в подэкспоненциальных выражениях мы учли инверсию координат в плоскости П2 вследствие нереализуемости обратного преобразования Фурье):

$$\begin{aligned} &\eta_1 F[(R_F^{R2} \exp(j\omega x_F)) \{R_F \exp(j\omega x_F) + F(F(x))\} \\ &\times [R_F \exp(j\omega x_F) + F(F(x))]^* + [R_T \exp(j\omega x_T) \\ &+ F(T(x))][R_T \exp(j\omega x_T) + F(T(x))]^*] = \\ &= \eta_1 F[R_F^{R2} R_F R_F \exp(j\omega x_F) + R_F^{R2} R_F F^*(F(x)) \\ &\times \exp(2j\omega x_F) + R_F^{R2} R_F F(F(x)) + R_F^{R2} F(F(x)) \\ &\times F^*(F(x)) \exp(j\omega x_F) + R_F^{R2} R_T R_T \exp(j\omega x_F) \\ &+ R_F^{R2} R_T F^*(T(x)) \exp(j\omega(x_T + x_F)) + R_F^{R2} R_T \\ &\times F(T(x)) \exp(j\omega(x_F - x_T)) + R_F^{R2} F(T(x)) \\ &\times F^*(T(x)) \exp(j\omega x_F)]. \end{aligned} \quad (11)$$

В рамках традиционной голографической ААП [16, 17] используется третье слагаемое в (11), описывающее поле в области главной оптической оси – восстановленный эталон

$$\begin{aligned} F^{R1(11.3)}(x) &= \eta_1 R_F \delta_F^{R2} * F(x) = \eta_1 R_F F(x) \langle L(x), F(x) \rangle \\ &= \eta_1 k R_F F(x) \langle L(x), T(x) \rangle, \end{aligned} \quad (12a)$$

где верхний индекс (11.3) означает, что описываемое поле формируется третьим слагаемым в выражении (11), а δ^{R2} (без координаты) – действительная амплитуда соответствующего нижнему символу точечного источника, и при-

нято во внимание (7). Аналогично, для источника $\delta_T^{R2}(\Delta)$ в той же области вокруг главной оптической оси имеем

$$T^{R1(11.3)}(x) = \eta_1 R_T \delta_T^{R2} * T(x) = \eta_1 R_T T(x) \langle L(x), T(x) \rangle = \eta_1 R_T T(x) \langle L(x), T(x) \rangle. \quad (12б)$$

Выражения (12а) и (12б) описывают работу голографической ААП [16, 17]. Отношение интенсивностей восстановленных налагающихся друг на друга в области главной оптической оси образов «Кассир»/«Феминистка» (используется тот же порядок, что и в (10)) принимает вид

$$V^{(11.3)} = \frac{\langle T^{R1(11.3)}(x) T^{R1(11.3)}(x) \rangle^2}{\langle F^{R1(11.3)}(x) F^{R1(11.3)}(x) \rangle} = \frac{\langle T(x), T(x) \rangle \langle L(x), T(x) \rangle^2}{\langle F(x), F(x) \rangle \langle L(x), F(x) \rangle} = \frac{1}{k^2} \frac{\langle T(x), T(x) \rangle}{\langle F(x), F(x) \rangle}. \quad (13)$$

Восстановленный образ $T^{R1(11.3)}(x)$ ослаблен по сравнению с образом $F^{R1(11.3)}(x)$, что точно отражает условия формирования образа «Линда» в эксперименте [41]. При организации итерационной процедуры за счет ОВФ также и в плоскости П1 из суммы образов (12а) и (12б) в итоге останется лишь образ «Феминистка» (12а), а образ «Кассир» (12б) будет подавлен – получим классическую модель ААП [16, 17].

3.4. Восстановление образов в обратном ходе лучей (квадратичная субголограмма)

Рассмотрим результат дифракции на субголограмме (4) обращенных волновых фронтов от образов (9а) и (9б). Для образа (9а) распределение амплитуд в плоскости П1

$$T^{R1(14)}(x) = F \{ \eta_2 F(T^{R2(4)}(x)) \exp(j\omega(x_F - x_T)) \times [F^*(F(x))F(T(x))R_F R_T \exp(j\omega(x_F - x_T)) + F(F(x))F^*(T(x))R_F R_T \exp(-j\omega(x_F - x_T))] \}. \quad (14)$$

Здесь и далее, пользуясь ранее принятым допущением о равенстве фокусных расстояний Л1 и Л2 и учитывая инверсию координат, заменим координату Δ в плоскости П2 на x . Имеем три порядка дифракции:

1) нулевой порядок дифракции на субголограмме (4) локализуется в плоскости П1 в области, центр которой имеет координату $(x_F - x_T)$;

2) +1-й порядок дифракции локализуется в области с центром на главной оптической оси, т.е. накладывается на образы $F^{R1(11.3)}(x)$ (12а) и $T^{R1(11.3)}(x)$ (12б):

$$T^{R1(14.2)}(x) = F[\eta_2 F(T^{R2(4)}(x))F(F(x))F^*(T(x))R_F R_T] = \eta_2 T^{R2(4)}(x) * (F(x) \otimes T(x)); \quad (15а)$$

3) –1-й порядок локализуется в области с центром с координатой $2(x_F - x_T)$:

$$T^{R1(14.1)}(x) = F[\eta_2 F(T^{R2(4)}(x)) \exp(j\omega 2(x_F - x_T)) \times F^*(F(x))F(T(x))R_F R_T] = \eta_2 T^{R2(4)} \times (x + 2(x_F - x_T)) * (T(x) \otimes F(x)).$$

Аналогичная картина имеет место и для дифракции на субголограмме (4) источника $F^{R2(4)}(x)$: в области с центром с координатой $-(x_F - x_T)$ получим прошедший без дифракции образ $F^{R2(4)}(x)$, совпадающий с восстановленным линейной частью голограммы (3) образом $F^{R1(11.7)}(x)$, и два первых порядка дифракции: +1-й с центром на главной оптической оси и –1-й на расстоянии от нее $-2(x_F - x_T)$. Нас интересует +1-й порядок:

$$F^{R1(14.1)}(x) = F[\eta_2 F(F^{R2(4)}(x))F(F^*(x))F(T(x))R_F R_T] = \eta_2 F^{R2(4)}(x) * (T(x) \otimes F(x)). \quad (15б)$$

При корректном ОВФ все образы действительны, итоговый образ в области с центром на главной оптической оси принимает вид

$$O^{R1}(x) = F^{R1}(x) + T^{R1}(x), \quad (16)$$

где

$$F^{R1}(x) = F^{R1(11.3)}(x) + F^{R1(14.1)}(x),$$

$$T^{R1}(x) = T^{R1(11.3)}(x) + T^{R1(14.2)}(x).$$

Для оценки отношения интенсивностей пренебрежем размытием образов $T^{R1(14.2)}(x)$ и $F^{R1(14.1)}(x)$ в результате их сверток с взаимно корреляционными функциями $(T(x) \otimes F(x))$ и заменим последние скалярными произведениями. Тогда

$$F^{R1}(x) = \eta_1 k R_F F(x) \langle L(x), T(x) \rangle + \eta_2 F^{R2(4)}(x) * (T(x) \otimes F(x)) = \eta_1 k R_F F(x) \langle L(x), T(x) \rangle + \eta_2^2 R_F R_T \langle L(x), T(x) \rangle F(x) \langle T(x), F(x) \rangle = F(x) \langle L(x), T(x) \rangle R_F [k \eta_1 + \eta_2^2 R_T \langle T(x), F(x) \rangle],$$

$$T^{R1}(x) = \eta_1 \langle L(x), T(x) \rangle \delta_T T(x) + \eta_2 T^{R2(4)}(x) * (F(x) \otimes T(x)) = \eta_1 \langle L(x), T(x) \rangle \delta_T T(x) + \eta_2 [k \eta_2 R_F R_T \langle L(x), T(x) \rangle T(x)] * (T(x) \otimes F(x)) = T(x) \langle L(x), T(x) \rangle R_T [\eta_1 + k \eta_2^2 R_F \langle T(x), F(x) \rangle].$$

Отсюда отношение интенсивностей в итоговом образе

$$V^{R1} = \frac{\langle T(x), T(x) \rangle}{\langle F(x), F(x) \rangle} \left(\frac{R_T \eta_1 + k \eta_2^2 R_F \langle T(x), F(x) \rangle}{R_F k \eta_1 + \eta_2^2 R_T \langle T(x), F(x) \rangle} \right)^2.$$

Введем отношение дифракционных эффективностей линейной и квадратичной голограмм $r_\eta = \eta_2^2 / \eta_1$ в составе мультиплексной голограммы (3) и для большей наглядности примем допущение о равенстве амплитуд опорных пучков при записи наложенных голограмм. Тогда

$$V^{R1} = \frac{\langle T(x), T(x) \rangle}{\langle F(x), F(x) \rangle} \left(\frac{1 + k r_\eta R_F \langle T(x), F(x) \rangle}{k + r_\eta R_T \langle T(x), F(x) \rangle} \right)^2.$$

Нас интересует изменение баланса интенсивностей «Кассир» и «Феминистка» в итоговом образе вследствие

действия субголограммы (4) относительно их баланса, обеспечиваемого линейной мультиплексной голограммой, т. е. отношение

$$V = \frac{V^{R1}}{V^{(11.3)}} = \left(k \frac{1 + kr_\eta R_F \langle T(x), F(x) \rangle}{k + r_\eta R_T \langle T(x), F(x) \rangle} \right)^2 = \left(\frac{1 + kr_\eta R_F \langle T(x), F(x) \rangle}{1 + \frac{1}{k} r_\eta R_T \langle T(x), F(x) \rangle} \right)^2. \quad (17)$$

Нетрудно видеть, что поскольку по условиям эксперимента [41] $k > 1$, то $V > 1$ и растет с ростом k .

Обратим внимание, что выше было рассмотрено обращение волновых фронтов в плоскости П2 применительно только к четырем образам, локализованным вне главной оптической оси: (5а), (5б), (9а) и (9б). Поле на главной оптической оси в плоскости П2 (нулевой порядок дифракции на голограмме при прямом прохождении света) для исключения помех обращению не подлежит.

4. Обсуждение

Таким образом, искомая связь образов $F(x)$ и $T(x)$, обозначенная дугой на рис.2, при записи их наложенных голограмм может быть получена за счет квадратичной нелинейности ЭХ ГРС, обеспечивающей самостоятельное формирование субголограммы (4). Механизм последовательных проецирований реализуется обращением волнового фронта в плоскости откликов голограммы.

Наблюдаемый в эксперименте [41] и противоречащий классической теории вероятностей результат $P(F \& T) > P(T)$ получается за счет сигмообразной ЭХ сенсора, регистрирующего итоговый образ (16). При линейной записи наложенных голограмм имеем отношение интенсивностей (13) – по условиям эксперимента коэффициент k достаточно велик и при оптимизации сенсора на перепад интенсивностей в более ярком образе «Феминистка», образ «Кассир» попадает в диапазон нечувствительности и не регистрируется. Если чувствительность сенсора оптимизируется на образ «Кассир», то образ «Феминистка» попадает в диапазон насыщения и не регистрируется.

Действие квадратичной субголограммы (4) согласно (17) «вытягивает» образ «Кассир» в рабочий диапазон – в результате регистрируются и «Феминистка», и «Кассир», т. е. имеем $P(F \& T)$. При этом из (17) следует, что чем больше исходная разность амплитуд образов (т. е. чем больше k), тем эффективнее работает квадратичная субголограмма (4).

Таким образом, для получения обсуждаемого квантово-подобного феномена важны нелинейности как ЭХ ГРС для записи наложенных голограмм, так и сенсора, регистрирующего восстановленный голографической схемой образ.

5. Экспериментальная часть

Цель экспериментальной иллюстрации на данном этапе – демонстрация наличия и работы субголограммы (4), самостоятельно сформировавшейся при записи наложенных голограмм за счет квадратичной нелинейности ЭХ ГРС. Использована ГРС ПФГ-03м (НПО «Славич»), обработанная с отбеливанием (толщина фотослоя ~ 7 мкм, длина волны записи 633 нм). Наложённые голограммы записаны с общей плоской сигнальной волной, падаю-



Рис.5. Отклики мультиплексной голограммы: 1 – нулевой порядок дифракции; 2, 3 – 1-е порядки дифракции; 4, 5 – отклики, обусловленные дифракцией на решетке, имеющей разностную частоту и возникшей вследствие нелинейности ЭХ ГРС.

щей на пластинку по нормали (вдоль главной оптической оси на рис.3). Плоские опорные волны направлены под углом к опорной волне (главной оптической оси на рис.3): при записи первой наложенной голограммы – 33.3°, второй – 36.3°.

На рис.5 приведены экспериментально полученные отклики мультиплексной голограммы при ее освещении сигнальной волной. Дифракционная эффективность составила 27% и 18% для первых порядков дифракции, соответствующих линейным членам в выражении (3) и являющихся восстановленными опорными волнами, использованными при записи наложенных голограмм, и 8% и 2.9% для откликов, формируемых субголограммой (4). Разные дифракционные эффективности для откликов одних порядков обусловлены различными отклонениями от условия Брэгга: для линейной голограммы условия освещения совпадали с условиями записи, т. е. условие Брэгга выполнялось, а для субголограммы – существенно отличались.

6. Заключение

Таким образом, характерный для квантовой логики механизм последовательного проецирования входного вектора на подпространства, в которых хранятся логические правила (эталоны), может быть реализован классическим методом наложенных голограмм Фурье с обращением волнового фронта за счет квадратичной нелинейности экспозиционных характеристик голографических регистрирующих сред.

Информация в сетевых системах хранится в виде структуры связей их элементов, всегда имеющей материальный носитель (в частности, для когнитивных систем – это структура межнейронных связей). Поэтому представленный результат дает основания полагать, что и ряд сетевых феноменов, трактуемых как квантово-подобные [34–40], в частности когнитивный феномен «Линда» [41], могут иметь в основе классический механизм, обусловленный нелинейностью материальных носителей сетевых связей.

Отметим, что этот вывод коррелирует с результатами [47] и цикла работ [48–50]. В работе [47] показано, что схема голографии Фурье порождает алгебру нечетко-значимой логики: голограмма хранит эталон как правило логического вывода, а отклик голограммы Фурье описывается как логический вывод «Обобщенный Modus Ponens». А в цикле работ [48–50] показано, что любое измерение как в квантово-механических, так и в классических системах может быть представлено как форма логического вывода «Обобщенный Modus Ponens», т. е. вывода в классе нечетко-значимых логик. При этом алгебра нечетко-значимых логик не обращается к возможно квантовой природе описываемых явлений и механизмов.

В заключение особо подчеркнем, что вывод о классическом механизме порождения квантово-подобной логи-

ки, в частности некоммутативности логических операторов, в схеме голографии Фурье с обращением волнового фронта и нелинейной записью наложенных голограмм, как частного случая сетевых систем, не следует трактовать как отрицание возможности существования квантовых эффектов или обуславливающей их квантовой природы рассматриваемых процессов, а лишь как попытку простого и минимально достаточного объяснения в рамках известных классических подходов.

Авторы считают приятным долгом выразить благодарность Н.А.Соловьеву за дискуссии, способствовавшие формированию обсуждаемого подхода и А.В.Вениаминову за обсуждение вопросов формирования нелинейности ЭХ ГРС.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №18-01-00676-а).

1. Бетин А.Ю., Бобринев В.И., Евтихий Н.Н., Жердев А.Ю., Злоказов Е.Ю., Лушников Д.С., Маркин В.В., Одинокоев С.Б., Стариков С.Н., Стариков Р.С. *Квантовая электроника*, **43**, 87 (2013) [*Quantum Electron.*, **43**, 87 (2013)].
2. Betin A.Yu., Bobrinev V.I., Odinokov S.B., Evtikhiev N.N., Starikov R.S., Starikov S.N., Zlokazov E.Yu. *Appl. Opt.*, **52**, 8142 (2013).
3. Бетин А.Ю., Бобринев В.И., Вереникина Н.М., Донченко С.С., Евтихий Н.Н., Злоказов Е.Ю., Одинокоев С.Б., Стариков С.Н., Стариков Р.С. *Квантовая электроника*, **45**, 771 (2015) [*Quantum Electron.*, **45**, 771 (2015)].
4. Longuet-Higgins H.C. *Nature*, **217**, 104 (1968).
5. Gabor D. *Nature*, **217**, 584 (1968).
6. Mager H.J., Wess O., Waidelich W. *Opt. Commun.*, **9**, 156 (1973).
7. Foster D.J., Wilson M.A. *Nature*, **440**, 680 (2006).
8. Павлов А.В. *Квантовая электроника*, **46**, 759 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 759 (2016)].
9. Павлов А.В. *Квантовая электроника*, **47**, 335 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 335 (2017)].
10. Боркова В.Н., Зубов В.А., Крайский А.В. *Оптика и спектроскопия*, **63**, 384 (1987).
11. Крайский А.В., Миронова Т.В. *Квантовая электроника*, **45**, 759 (2015) [*Quantum Electron.*, **45**, 759 (2015)].
12. Лявшук И.А., Ляликов А.М. *Квантовая электроника*, **36**, 154 (2006) [*Quantum Electron.*, **36**, 154 (2006)].
13. Грановский В.А., Кудрявцев М.Д., Рыскин А.И., Щеулин А.С. *Оптика и спектроскопия*, **106**, 855 (2009).
14. Ангервакс А.Е., Грановский В.А., Кудрявцев М.Д., Рыскин А.И., Щеулин А.С. *Оптика и спектроскопия*, **112**, 343 (2012).
15. Орлов В.В. *Квантовая электроника*, **47**, 773 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 773 (2017)].
16. Soffer B.H., Dunning G.J., Owechko Y., Marom E. *Opt. Lett.*, **11**, 118 (1986).
17. Paek E.G., Psaltis D. *Opt. Eng.*, **26**, 428 (1987).
18. Павлов А.В. *Оптика и спектроскопия*, **98**, 1033 (2005).
19. Шубников Е.И. *Оптика и спектроскопия*, **62**, 450 (1987).
20. Шубников Е.И. *Оптика и спектроскопия*, **62**, 653 (1987).
21. Кулешов А.М., Шубников Е.И. *Оптика и спектроскопия*, **55**, 161 (1983).
22. Кулешов А.М., Павлов А.В., Шубников Е.И. *Оптика и спектроскопия*, **59**, 415 (1985).
23. Павлов А.В. *Оптика и спектроскопия*, **70**, 1337 (1991).
24. Александрина С.А., Кулешов А.М. *Оптика и спектроскопия*, **68**, 652 (1990).
25. Орлов В.В. *Письма в ЖТФ*, **30** (24), 77 (2004).
26. Данилов О.Б., Розанов Н.Н., Соловьев Н.А., Сомс Л.Н. *Оптика и спектроскопия*, **120**, 151 (2016).
27. Ораевский А.Н. *Квантовая электроника*, **30**, 457 (2000) [*Quantum Electron.*, **30**, 457 (2000)].
28. Peruš M., Bischof H., Caulfield H.J., Loo C.K. *Appl. Opt.*, **43**, 6134 (2004).
29. Loo C.K., Peruš M., Bischof H. *Оптика и спектроскопия*, **99**, 233 (2005).
30. Loo C.K., Peruš M., Bischof H. *Оптический журн.*, **72**, 358 (2005).
31. Tay N.W., Loo C.K., Peruš M. *Cognitive Computation*, **2**, 297 (2010).
32. Birkhoff G. von Neumann J. *Ann Math.*, **37**, 823 (1936); <https://doi.org/10.2307/1968621>
33. Холево А.С. *Итоги науки и техники. Сер. Совр. пробл. матем. Фундам. направления*, **83**, 5 (1991).
34. Khrennikov A. *Frontiers in Physics*, **3**, 77 (2015).
35. Asano M., Basieva I., Khrennikov A., Ohya M., Tanaka Y., Yamato I. *Foundations of Physics*, **45**, 1362 (2015); doi: 10.1007/s10701-015-9929-y
36. Менский М.Б. *УФН*, **170**, 631 (2000).
37. Busemeyer J.R., Pothos E., Franco R., Trueblood J.S. *Psychological Rev.*, **118**, 193 (2011).
38. Trueblood J.S., Pothos E.M., Busemeyer J.R. *Frontiers in Psychology*, **5**, 322 (2014).
39. Moreira C., Wichert A. *Front. Phys.*, **4**, 26 (2016); doi: 10.3389/fphy.2016.00026
40. Piotrowski E.W., Śladkowski J., in *The Palgrave Handbook of Quantum Models in Social Science* (London: Palgrave Macmillan, 2017, p.39).
41. Tversky A., Kahneman D. *Psychological Rev.*, **90**, 293 (1983).
42. Колмогоров А.Н. *Основные понятия теории вероятности* (М., Наука, 1974).
43. Гриб А.А. *УФН*, **183**, 1337 (2013).
44. Липкин А.И., Нахмансон Р.С., Пилан А.М., Панов А.Д., Лесовик Г.Б., Цехмистро И.З., Менский М.Б. *УФН*, **171**, 437 (2001).
45. Meijer D.K.F., Raggett S., in *Quantum Mind Extended, 2014b*; <https://quantum-mind.co.uk/wp-content/uploads/2014/11/Quantum-Ph-rev-def-2.pdf>
46. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. *Фейнмановские лекции по физике* (М.: Мир, 1966, вып.8).
47. Павлов А.В. *Оптика и спектроскопия*, **90**, 515 (2001).
48. Ishikawa S. *Fuzzy Sets and Systems*, **87**, 181 (1997).
49. Ishikawa S. *Fuzzy Sets and Systems*, **90**, 277 (1997).
50. Ishikawa S. *Fuzzy Sets and Systems*, **100**, 291 (1998).