

# Влияние неоднородности СВЧ поля в ячейке с парами щелочного металла при рэмсиевской спектроскопии двойного резонанса\*

В.Морено, М.Пеллатон, С.Аффольдербах, Н.Алмат, М.Гаравипур, Ф.Грю, Г.Милети

*Численно и экспериментально изучено влияние на спектры биений Рэмси неоднородности СВЧ поля в резонаторе, используемом для осуществления рэмсиевской спектроскопии двойного резонанса (ДР) в ячейке с парами щелочного металла и буферным газом. Численное моделирование полос Рэмси проведено на основе простой теоретической модели, учитывающей распределение поля в СВЧ резонаторе магнетронного типа. Экспериментальная оценка выполнена с использованием атомных часов на основе ДР с импульсной оптической накачкой (ИОН). Показано, что чувствительность частоты атомных часов на основе ДР с ИОН к изменению мощности СВЧ поля определяется сочетанием двух пространственных неоднородностей в ячейке: неоднородности СВЧ поля и неоднородности резонансной частоты перехода между подуровнями основного атомного состояния. Наконец, обнаружено существование оптимальной рабочей точки, для которой чувствительность тактовой частоты к СВЧ мощности снижается на два порядка. Это приводит к долговременной стабильности частоты  $1 \times 10^{-14}$ .*

**Ключевые слова:** сдвиг частоты из-за изменений СВЧ мощности, неоднородность амплитуды СВЧ поля, атомные часы на основе двойного резонанса, атомные часы с импульсной оптической накачкой, рубидий, резонатор магнетронного типа, ячейка с парами металла.

## 1. Введение

Стандарты частоты на основе ячеек с атомными парами имеют небольшой объем и энергопотребление, сохраняя при этом отличные характеристики стабильности частоты. Лабораторные прототипы атомных часов включают атомные часы на основе двойного резонанса (ДР) с непрерывной [1–3] или с импульсной оптической накачкой (ИОН) [4–6], а также атомные часы на основе когерентного пленения населенностей, работающие в непрерывном [7] или импульсном [8,9] режиме. Находятся в разработке также компактные часы на холодных атомах цезия [10]. Большинство последних лабораторных прототипов атомных часов демонстрируют стабильность частоты в диапазоне  $(2-6) \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$  при времени усреднения  $\tau \leq 1$  с и достигают среднего долговременного уровня  $10^{-14}$  при  $\tau > 10^4$  с. На таких временных масштабах основные ограничивающие факторы возникают из-за чувствительности тактовой частоты к нестабильности в атомной среде. Нестабильными могут быть интенсивность или частота источника света из-за эффектов светового сдвига, СВЧ мощность, а также такие параметры окружающей среды, как остаточное статическое магнитное поле, температура, атмосферное давление [11] и влажность. В конечном счете долговременная стабильность атомных часов ограничена процессами старения.

\* Перевод с англ. В.Л.Дербова.

W.Moreno, M.Pellaton, C.Affolderbach, N.Almata, M.Gharavipur, F.Gruet, G.Mileti. Laboratoire Temps-Fréquence, Institut de Physique, Université de Neuchâtel, Avenue de Bellevaux 51, 2000 Neuchâtel, Switzerland; e-mail: william.moreno@unine.ch

Поступила в редакцию 24 октября 2018 г., после доработки – 11 декабря 2018 г.

В случае атомных часов на основе ДР с ИОН в ячейке с парами рубидия было установлено, что чувствительность тактовой частоты к изменениям амплитуды СВЧ поля в резонансной ячейке обусловлена двумя различными механизмами. Первый из них – эффект затягивания из-за несовпадения частоты расщепления основного состояния рубидия с резонансной частотой СВЧ резонатора [12], второй – пространственная неоднородность. Для разных групп атомов Rb в ячейке резонансная частота будет различной из-за неоднородности электрических, магнитных и электромагнитных полей. Измеренная тактовая частота является средневзвешенным значением резонансных частот каждой группы атомов. Любое изменение СВЧ мощности меняет распределение весов резонансных частот в ячейке, что приводит к изменению тактовой частоты [13, 14]. Отметим, что данное описание правомерно только для ячеек с буферным газом, в которых изменением положения каждого атома на протяжении цикла Рэмси можно пренебречь.

В настоящей работе оценивается влияние неоднородности распределения амплитуды СВЧ поля и резонансных частот атомов внутри ячейки на свойства центрального пика биений Рэмси. Основное внимание сосредоточено на его контрасте, полной ширине  $\omega_F$  на уровне половины максимума (FWHM) и отстройке центральной частоты центрального пика (ЦЧЦП), полученных в эксперименте по ДР с ИОН в парах рубидия. Сначала рассматривается базовая теоретическая модель, описывающая схему ДР с ИОН в трехуровневом приближении. Ячейка с парами представляется на дискретной (с шагами  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$ ,  $\Delta_z$ ) трехмерной сетке из 1800 точек. В точках сетки задаются различные значения амплитуды СВЧ поля (на основе моделирования распределения амплитуды поля в СВЧ резонаторе магнетронного типа, используемом в нашем прототипе часов на атомах Rb) и частоты атомного резонанса. По результатам измерения вышеупомянутых ха-

рактических характеристик центрального пика биений Рэмси оценивается эффект неоднородности амплитуды СВЧ поля при различных СВЧ мощностях. Наконец, при обсуждении результатов показано, что чувствительность к СВЧ мощности у наших атомных часов на основе ДР с ИОН определяется неоднородностью распределения в ячейке амплитуды СВЧ поля и резонансной частоты перехода между подуровнями основного состояния атома.

## 2. Теоретическая модель

Схема наблюдения двойного резонанса (рис.1,а) на переходах, ответственных за  $D_2$ -линию атома Rb, описывается трехуровневой моделью (рис.1,б) в соответствии с теорией [12, 15]. Теоретическое описание схемы ДР с ИОН можно сделать физически наиболее наглядным, используя векторное представление Блоха. Оптическая накачка оставляет заселенным один из подуровней основного состояния (рис.1,б). Как показано в [12] и [15], в приближении вращающейся волны состояние атомной населенности в конце рэмсиевского цикла можно представить в виде произведения матриц

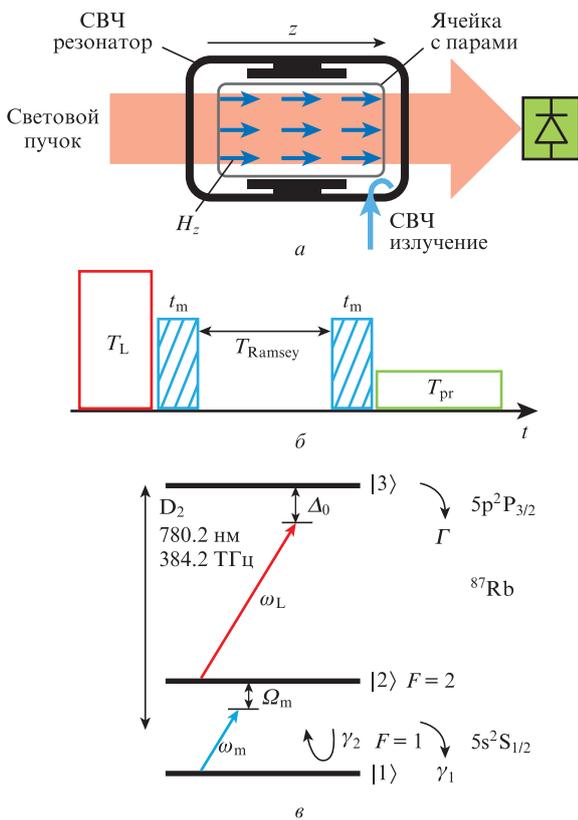


Рис.1. Схема взаимодействия полей при двойном резонансе (а), схема синхронизации ИОН (б), а также схема уровней, ответственных за  $D_2$ -линию атома  $^{87}\text{Rb}$  (в). Здесь  $H_z$  – напряженность магнитного поля СВЧ сигнала;  $\omega_L$  и  $\omega_m$  – частоты оптического (лазерного) и микроволнового излучения;  $\Delta_0^i = \omega_{3i} - \omega_L$  – отстройка частоты излучения лазера от частоты перехода  $|i\rangle \rightarrow |3\rangle$ ,  $i = 1, 2$  – номера компонент основного состояния;  $\Omega_m = \omega_{21} - \omega_m$  – отстройка микроволновой частоты от частоты перехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ ;  $\Gamma$  – ширина  $D_2$ -линии;  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – скорости релаксации разности населенностей и когерентности состояний для перехода между подуровнями основного состояния соответственно;  $T_L$ ,  $t_m$ ,  $T_{pr}$  – длительности импульсов лазерного излучения (импульс оптической накачки), СВЧ и зондирующего излучения соответственно;  $T_{Ramsey}$  – рэмсиевская задержка.

$$R(t_{end}) = M_m(t_m)M_D(T_{Ramsey})M_m(t_m)R(0), \quad (1)$$

где  $t_{end} = T_{Ramsey} + 2t_m$  – продолжительность рэмсиевского цикла, а  $t = 0$  соответствует моменту окончания оптической накачки. Матрица  $M_m$  описывает взаимодействие атома с СВЧ полем и определяется выражением [12, 15]:

$$M_m(t) = \begin{pmatrix} \cos(\xi t) & \frac{\Omega_m}{\xi} \sin(\xi t) & -\frac{b}{\xi} \sin(\xi t) \\ -\frac{\Omega_m}{\xi} \sin(\xi t) & \frac{b^2 + \Omega_m^2 \cos(\xi t)}{\xi^2} & \frac{\Omega_m b}{\xi^2} (1 - \cos(\xi t)) \\ \frac{b}{\xi} \sin(\xi t) & \frac{\Omega_m b}{\xi^2} (1 - \cos(\xi t)) & \frac{\Omega_m^2 + b^2 \cos(\xi t)}{\xi^2} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь  $\xi^2 = \Omega_m^2 + b^2$ , где  $b$  – микроволновая частота Раби. В случае нулевой отстройки  $\Omega_m$  матрица  $M_m$  сводится к матрице вращения вокруг оси  $y$  на угол  $\theta = bt_m$ , обычно называемый площадью микроволнового импульса и представляющий собой угол поворота вектора Блоха в течение одного СВЧ импульса. Матрица  $M_D$  описывает свободную эволюцию вектора Блоха  $R(t)$  и задается выражением [12, 15]:

$$M_D(t) = \begin{pmatrix} \exp(-\gamma_2 t) \cos(\Omega_m t) & \exp(-\gamma_2 t) \sin(\Omega_m t) & 0 \\ -\exp(-\gamma_2 t) \sin(\Omega_m t) & \exp(-\gamma_2 t) \cos(\Omega_m t) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-\gamma_2 t) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

а вектор Блоха – выражением

$$R(t) = \begin{pmatrix} 2 \operatorname{Re}(\delta_{12}(t)) \\ 2 \operatorname{Im}(\delta_{12}(t)) \\ \Delta(t) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $\delta_{12}$  – когерентность для перехода между подуровнями основного состояния;  $\Delta = \rho_{22} - \rho_{11}$ ;  $\rho_{ii}$  – концентрация атомов на одном из подуровней основного состояния, отнесенная к полной концентрации  $n_0$  атомов Rb в ячейке. Спектр Рэмси получается путем вычисления  $R_3(t_{end}) = \Delta(t_{end})$  как функции отстройки  $\Omega_m$ . Параметры, используемые при численном моделировании, приведены ниже.

Размеры поглощающей ячейки	
диаметр (мм)	25
длина (мм)	25
Шаг сетки	
$\Delta_x$ (мм)	2
$\Delta_y$ (мм)	2
$\Delta_z$ (мм)	1
Сечение оптического поглощения	
$\sigma_{13}$ ( $\text{м}^2$ )	$1.3 \times 10^{-15}$
$\sigma_{23}$ ( $\text{м}^2$ )	$1.6 \times 10^{-15}$
$n_0$ ( $\text{м}^{-3}$ )	$2.89 \times 10^{17}$
Теоретическое значение ширины $D_2$ -линии, $\Gamma$ (ГГц) . . . . . 2.5	
Скорость релаксации населенностей и когерентности	
$\gamma_1$ (Гц)	360
$\gamma_2$ (Гц)	340

С каждой точкой ячейки связано определенное значение амплитуды СВЧ поля, и спектры Рэмси вычисляются с использованием матричного произведения (1) в каждой точке ячейки, причем оптическая накачка считается иде-

альной. По закону Бугера–Ламберта–Бера интенсивность зондирующего импульса (см. рис.1,б) на выходе из ячейки длиной  $L_{\text{cell}}$  с парами Rb определяется как

$$I_i(L_{\text{cell}}) = I(0) \exp\left(-\sigma_{i3} n_0 \sum_j \rho_{ij}(z_j) \Delta z\right), \quad (5)$$

где  $I(0)$  – интенсивность пробного импульса на входе в ячейку;  $\sigma_{i3}$  – сечение оптического поглощения для перехода  $|i\rangle \rightarrow |3\rangle$ ;  $\Delta z$  – шаг интегрирования оси  $z$ .

### 3. Экспериментальная установка

Результаты численного моделирования сравнивались со спектрами Рэмси, измеренными с помощью прототипа атомных часов на основе ДР с ИОН, детали описания которого ранее опубликованы в работах [3, 5]. Стеклоячейка собственного изготовления длиной 25 мм и диаметром 25 мм содержит пары обогащенного  $^{87}\text{Rb}$  и буферную смесь аргона и азота ( $P_{\text{Ar}}/P_{\text{N}_2} = 1.6$ ). Лазер, используемый для создания как оптической накачки, так и зондирующих импульсов, привязан по частоте к одной из сверхтонких компонент  $D_2$ -линии  $^{87}\text{Rb}$ , соответствующих переходам  $|^2S_{1/2}, F=1\rangle \rightarrow |^2P_{3/2}, F'=0/F'=1\rangle$  или  $|^2S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |^2P_{3/2}, F'=3\rangle$ . СВЧ резонатор представляет собой резонатор магнетронного типа [16] с нагруженной добротностью  $Q_L = 185$ . Распределение амплитуд СВЧ поля показано на рис.2. Установка работает по схеме

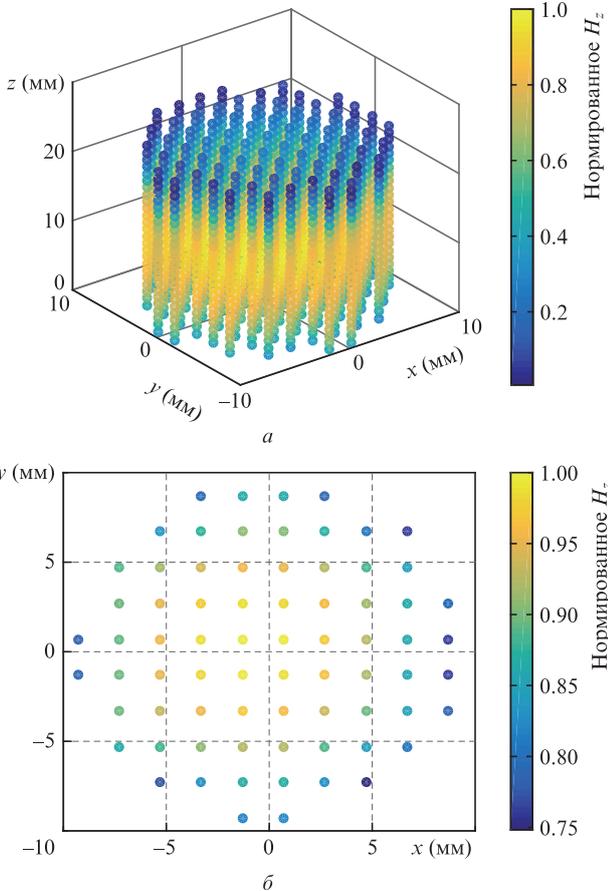


Рис.2. Результаты моделирования распределения магнитного поля СВЧ сигнала внутри ячейки с парами Rb, выполненного в Лаборатории электромагнетизма и акустики (LEMA-EPFL) (а), а также поперечное распределение магнитного поля при  $z = 9$  мм (б).

ДР с ИОН [4], и длительности каждого импульса следующие:  $T_L = 0.4$  мс,  $t_m = 0.3$  мс,  $T_{\text{Ramsey}} = 3$  мс,  $T_{\text{pr}} = 0.7$  мс.

## 4. Результаты

Спектры Рэмси были получены тремя способами: численным моделированием с однородным распределением амплитуд СВЧ поля, численным моделированием с неоднородным распределением амплитуд СВЧ поля и экспериментально с использованием атомных часов на парах Rb с ИОН. Указанные спектры Рэмси получены для различных значений площади микроволнового импульса  $\theta = bt_m$  с  $b \propto \sqrt{P_m}$  и для фиксированного  $t_m$ . Здесь  $P_m$  – мощность СВЧ излучения. Для каждого спектра нас интересует его контраст, полная ширина на уровне половины максимума и отстройка ЦЧЦП.

### 4.1. Спектр Рэмси

На рис. 3 представлена рассчитанная интенсивность света на выходе из ячейки  $I(P_m)$  как функция отстройки  $\Omega_m$  и измеренные полосы Рэмси. Интенсивность света рассчитана в соответствии с уравнением (5) после одного цикла воздействия СВЧ поля мощностью  $P_m$ , описываемого уравнением (1), для  $\pi/2$ -импульсов СВЧ поля с учетом распределения его амплитуды, показанного на рис.2, и с экспериментальными параметрами, указанными выше. Спектры Рэмси нормированы на интенсивность света, получаемую на выходе из ячейки в отсутствие воздействия СВЧ поля (т.е. при  $P_m = 0$ ). В области малых  $\Omega_m$  мы видим хорошее согласие между спектром Рэмси, измеренным с использованием наших атомных часов на парах Rb с ИОН, и рассчитанным спектром.

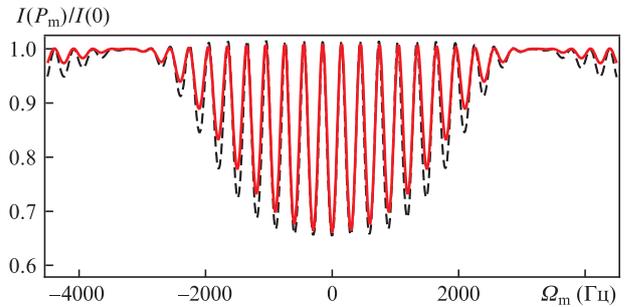


Рис.3. Полученные путем моделирования (сплошная кривая) и экспериментально измеренные (штриховая кривая) спектры Рэмси.

### 4.2. Контрастность центрального максимума

Изменение контраста центрального максимума бией Рэмси на рис.4 как функции СВЧ мощности соответствует колебаниям населенности в основном состоянии. Это колебание эквивалентно осцилляциям Раби, при которых населенность основного состояния изменяется в зависимости от комбинированной площади СВЧ импульсов  $2\theta$ . Экспериментально определялось изменение интенсивности прошедшего света при  $\Omega_m = 0$  как функция СВЧ мощности. Контраст центрального максимума определялся как относительное изменение оптического поглощения [5]:

$$R = 1 - \frac{I(P_m, \Omega_m = 0)}{I(0, \Omega_m = 0)}. \quad (6)$$

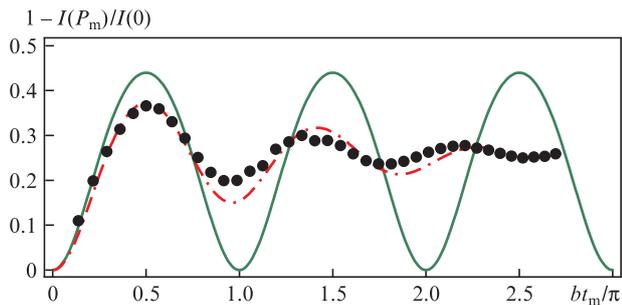


Рис.4. Рассчитанные для однородного (сплошная кривая) и неоднородного (штрих-пунктирная кривая) СВЧ поля, а также измеренные (точки) осцилляции Раби (контраст центрального максимума биений Рэмси) при  $\Omega_m = 0$ . Масштаб горизонтальной оси выбран так, чтобы первый максимум соответствовал двум СВЧ  $\pi/2$ -импульсам (т.е.  $\theta = bt_m = \pi/2$ ).

Рассчитанные и экспериментально измеренные значения величины  $R$  показаны на рис.4. Результаты расчетов согласуются с осцилляциями Раби, измеренными у атомных часов на парах рубидия с ИОН, а также с ранее опубликованными данными [5].

### 4.3. Полная ширина центрального максимума

На рис.5 представлена полная ширина центрального максимума биений Рэмси как функция величины  $bt_m$ . Центральный максимум биений Рэмси был измерен и промоделирован для случаев однородного и неоднородного распределений амплитуд СВЧ поля. Пусть  $\omega_H$  – полуширина на уровне половины максимума центрального максимума ( $\omega_F = 2\omega_H$ ). На рис.5 представлены также значения  $\omega_F$ , определенные по значениям  $\omega_H$ , найденным из уравнения:

$$T_{\text{Ramsey}}\omega_H + 2\phi_0(b, \omega_H) = \pi/2, \tag{7}$$

где

$$\phi_0(b, \omega_H) = \arctan\left(\frac{\omega_H}{\sqrt{b^2 + \omega_H^2}} \frac{1 - \cos(\xi t_m)}{\sin(\xi t_m)}\right). \tag{8}$$

Получено хорошее согласие между результатами моделирования для случая неоднородного распределения СВЧ амплитуд и результатами измерений. Кроме того, мы получили хорошее согласие между результатами моделирования для случая однородного распределения СВЧ амплитуд и значениями  $\omega_H$ , рассчитанными из уравнения (7).

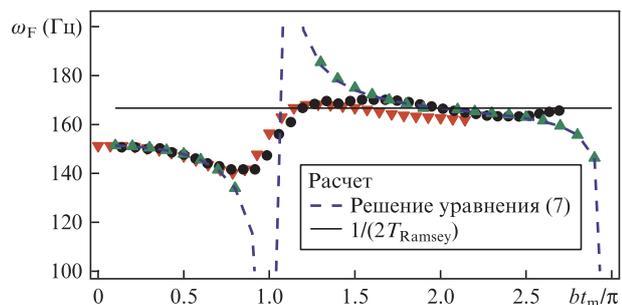


Рис.5. Ширина центрального пика спектра Рэмси, полученная в результате теоретического моделирования для однородного ( $\blacktriangle$ ) и неоднородного ( $\blacktriangledown$ ) распределений СВЧ поля, а также в результате экспериментальных измерений ( $\bullet$ ).

### 4.4. Сдвиг частоты центрального пика биений Рэмси

На рис.6,а представлена измеренная чувствительность исследуемых атомных часов на основе ДР с ИОН к изменениям мощности СВЧ сигнала. Сдвиг частоты центрального максимума спектра Рэмси, промоделированный как функция переменной  $bt_m$ , показан на рис.6,б. Численный расчет был выполнен с учетом не только распределения амплитуд СВЧ поля, показанного на рис.2, но и распределения сдвига частоты расщепления основного состояния  $\Delta f(r, t)$  атома Rb в объеме ячейки. Рассматриваются два случая: случай однородного распределения сдвига частоты ( $\Delta f(r, t) = 1$  Гц) и случай его неоднородного распределения. Чтобы воспроизвести экспериментальные данные в каждой точке сетки, мы предположили следующее эмпирическое распределение сдвига частоты, которое имитирует остаточную когерентность состояний основного уровня атома Rb в конце импульса оптической накачки [12]:

$$\Delta f(r, t) = C \exp\left(-\left(\gamma_2 + \frac{\Gamma_{\text{оп}}(r, t)}{\delta_0^2 + 1}\right) T_L\right) \sin\left(\frac{\Gamma_{\text{оп}}(r, t)\delta_0}{\delta_0^2 + 1} T_L\right), \tag{9}$$

где  $C$  – эмпирическая постоянная;  $\Gamma_{\text{оп}}(r, t)$  – скорость оптической накачки;  $\delta_0 = 2\Delta_0/\Gamma$ . Анализ физического происхождения этого неоднородного сдвига будет предметом отдельного исследования. Однако два основных возможных эффекта уже выяснены: это динамический штарковский сдвиг и остаточная когерентность после импульса оптической накачки.

## 5. Анализ и обсуждение

В случае однородного распределения амплитуд СВЧ поля все атомы в ячейке подвергаются воздействию одного

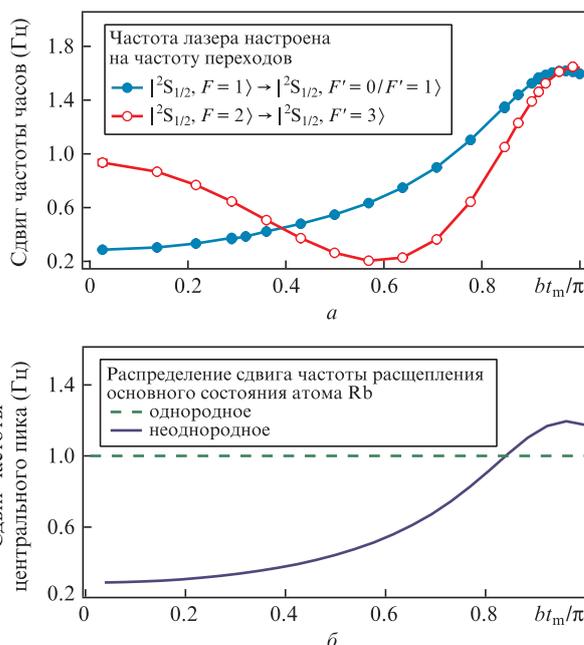


Рис.6. Измеренная чувствительность к изменению СВЧ мощности частоты атомных часов, представленная в виде ее сдвига относительно частоты ( $a$ ), а также чувствительность частоты центрального максимума биений Рэмси к изменению СВЧ мощности, найденная путем моделирования. Чувствительность частот представлена в виде их сдвига относительно частоты 6.8346868658 ГГц.

и того же микроволнового импульса. Все группы атомов дают одинаковые полосы Рэмси, идентичные выходному спектру. Его контраст максимален для  $(\pi/2 + n\pi)$ -импульса и равен нулю для  $(\pi + n\pi)$ -импульса. Для  $\pi$ -импульса полосы не наблюдаются, и  $\omega_F$  вообще не может быть определено, чем объясняется разрывность зависимости  $\omega_F(bt_m)$  при  $bt_m = \pi$  на рис.5.

При неоднородном распределении амплитуды СВЧ поля разные группы атомов в ячейке испытывают воздействие несколько различающихся СВЧ импульсов. Это приводит к тому, что выходной спектр биений Рэмси получается в результате усреднения множества спектров, генерируемых локально в разных точках ячейки. Поэтому остаточный центральный пик в этом случае присутствует и при  $bt_m = (\pi + n\pi)$ . Таким образом, ненулевой контраст (рис.4) и ширина  $\omega_F$  (рис.5) при  $bt_m = (\pi + n\pi)$  могут быть определены.

Чувствительность ЦЧЦП к изменению мощности СВЧ излучения возникает вследствие двух неоднородностей: распределения сдвига частоты расщепления основного состояния атома рубидия и распределения амплитуд СВЧ поля. Выходной спектр Рэмси представляет собой результат усреднения спектров Рэмси, генерируемых каждой группой атомов в ячейке. Каждая группа атомов вносит вклад, который зависит от СВЧ импульсов, воздействие которых они испытывают. При однородном распределении сдвига частоты расщепления каждая группа атомов вносит свой вклад с разным весом, но с одинаковым сдвигом частоты (например, равным нулю), чем объясняется отсутствие чувствительности ЦЧЦП к изменению СВЧ мощности. В случае неоднородного распределения сдвига частоты расщепления неоднородное микроволновое поле по-разному «взвешивает» различные локальные сдвиги при усреднении. При изменении СВЧ мощности ( $\theta = bt_m \propto \sqrt{P_m} t_m$ ) изменяется распределение весов, что приводит к чувствительности ЦЧЦП к изменению СВЧ мощности (рис.6).

Наконец, экспериментальные данные на рис.6 показывают, что существует рабочая точка, обеспечивающая снижение коэффициента чувствительности к изменению СВЧ мощности в атомных часах на основе ДР с ИОН. Это происходит, когда лазерная частота настроена на переход  $|^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$ , для микроволнового  $\pi$ -импульса с  $bt_m = 0.57$ . При этих условиях измеренный коэффициент чувствительности к изменению СВЧ мощности оказался на уровне  $4.5 \times 10^{-14}$  мкВт $^{-1}$ , что на два порядка величины ниже ранее измеренного [17]. В этих условиях для наших атомных часов на основе ДР с ИОН была получена долговременная относительная стабильность частоты  $1 \times 10^{-14}$  [18].

Итак, мы проанализировали влияние неоднородности амплитуды СВЧ поля на спектры биений Рэмси. На основе теоретической модели рэмсиевской спектроскопии мы продемонстрировали влияние неоднородности ампли-

туды СВЧ поля и распределения резонансной частоты на полосы Рэмси, в частности на контраст, полную ширину и сдвиг частоты центрального максимума. Во всех случаях получено отличное согласие между результатами численного моделирования и экспериментальных измерений. В частности, показано, что чувствительность тактовой частоты исследованных атомных часов на основе ДР с ИОН к изменению СВЧ мощности можно объяснить наличием двух неоднородностей: неоднородности распределения самой СВЧ мощности и неоднородности распределения резонансной атомной частоты. Чтобы изучать и, в идеале, подавлять последние, необходимы дальнейшие исследования.

Работа была поддержана Швейцарским национальным научным фондом (грант SNSF № 156621). Авторы благодарят М.Дюрренбергера и П.Шерлера (оба – LTF, Université de Neuchâtel, Швейцария) за техническую поддержку. Мы также благодарим А.Скривервик и А.Е.Иванова (EPFL-MAG, Швейцария) за плодотворное сотрудничество в разработке и моделировании микроволновых резонаторов.

1. Mei G., Zhong D., An S., Zhao F., Qi F., Wang F., Ming G., Li W., Wang P., in *Proc. 2016 European Frequency and Time Forum (EFTF)* (York, 2016, p. 275).
2. Hao Q., Li W., He S., Lv J., Wang P., Mei G. *Rev. Sci. Instrum.*, **87**, 123111 (2016).
3. Bandi T., Affolderbach C., Stefanucci C., Merli F., Skrivervik A.K., Mileti G. *IEEE Trans. Ultrason., Ferr., Freq. Control*, **61** (11), 1769 (2014).
4. Micalizio S., Calosso C.E., Godone A., Levi F. *Metrologia*, **49**, 425 (2012).
5. Kang S., Gharavipour M., Affolderbach C., Gruet F., Mileti G. *J. Appl. Phys.*, **117**, 104510 (2015).
6. Dong G., Deng J., Lin J., Zhang S., Lin H., Wang Y. *Chin. Opt. Lett.*, **15**, 040201 (2017).
7. Cyr N., Tetu M., Breton M. *IEEE Trans. Instr. Meas.*, **42**, 640 (1993).
8. Abdel Hafiz M., Coget G., Petersen M., Calosso C.E., Guérandel S., de Clercq E., Boudot R. *Appl. Phys. Lett.*, **112**, 244102 (2018).
9. Yun P., Tricot F., Calosso C.E., Micalizio S., Francois B., Boudot R., Guérandel S., de Clercq E. *Phys. Rev. Appl.*, **7** (11), 014018 (2017).
10. Esnault F.-X., Blanshan E., Ivanov E.N., Scholten R.E., Kitching J., Donley E.A. *Phys. Rev. A*, **88** (14), 042120 (2013).
11. Moreno W., Pellaton M., Affolderbach C., Mileti G. *IEEE Trans. Ultrason., Ferr., Freq. Control*, **65** (8), 1500 (2018).
12. Godone A., Micalizio S., Levi F. *Phys. Rev. A*, **70** (12), 023409 (2004).
13. Risley A., Busca G., in *32nd Annual Symposium on Frequency Control* (Atlantic City, NJ, USA, 1978, p. 506).
14. Micalizio S., Godone A., Levi F., Calosso C. *Phys. Rev. A*, **79** (11), 013403 (2009).
15. Vanier J., Audoin C. *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards* (Philadelphia: Adam Hilger, 1989).
16. Stefanucci C., Bandi T., Merli F., Pellaton M., Affolderbach C., Mileti G., Skrivervik A.K. *Rev. Sci. Instrum.*, **83**, 104706 (2012).
17. Gharavipour M., Affolderbach C., Kang S., Bandi T., Gruet F., Pellaton M., Mileti G. *J. Phys. Conf. Ser.*, **723**, 012006 (2016).
18. Affolderbach C., Almat N., Gharavipour M., Gruet F., Moreno W., Pellaton M., Mileti G., in *Proc. Intern. Freq. Contr. Symp. (IFCS)* (Olympic Valley, CA, USA, 2018).