Анализ светового сдвига при гиперрэмсиевской схеме опроса двухуровневого атома в оптически плотной среде

К.А.Баранцев, А.Н.Литвинов

Исследованы свойства рэмсиевского резонанса и его чувствительность к световому сдвигу частоты атомного перехода при гиперрэмсиевской схеме опроса в оптически плотной среде холодных атомов. Форма опрашивающих импульсов значительно изменяется из-за процессов поглощения и дисперсии в атомной среде, что ведет к искажению рэмсиевского резонанса и периодической смене центрального минимума на максимум и обратно. Найдена зависимость положения центрального резонанса от светового сдвига атомного перехода при учете затухания излучения в среде. Показано, что в определенном сечении среды эта зависимость приобретает N-образный характер.

Ключевые слова: световой сдвиг, гиперрэмсиевская схема опроса, оптический стандарт частоты, двухуровневый атом, оптически плотная среда.

1. Введение

Исследования по магнитному резонансу были начаты около 80 лет назад [1]. В своей работе Раби благодаря совершенствованию измерительной техники удалось повысить разрешение спектральных линий и получить много новой информации не только об атомной и молекулярной структурах, но и об атомных свойствах [2]. Поскольку двухуровневый атом аналогичен частице с полуцелым спином в магнитном поле, основные динамические уравнения, описывающие эволюцию двухуровневого атома, практически совпадают с уравнениями, описывающими спины. Следовательно, формализм Блоха для вектора спина, развитый для описания магнитного резонанса, может быть перенесён на задачи оптического резонанса.

Оптический резонанс на переходе между двумя (основным и возбуждённым) квантовыми уровнями может быть использован в качестве опорного эталона частоты. Объектом, на котором можно реализовать оптический стандарт частоты, служат одиночные ионы [3-5], нейтральные атомы в оптической решётке [6-8], а также УФ переход в ядре тория-229 [9,10]. Использование оптического перехода в качестве эталонного позволило достичь стабильности атомных часов на уровне 10-18 за одну секунду. Такие оптические атомные часы открывают новые возможности по измерению дрейфа фундаментальных констант [11], проверке законов квантовой электродинамики [11] и космологической гравиметрии [12], детектированию тёмной материи [13]. Ожидается, что активные исследования в данной области позволят в ближайшей перспективе преодолеть рубеж стабильности в 10⁻¹⁸ за одну секунду [14].

К.А.Баранцев, А.Н.Литвинов. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия, 195251 С.-Петербург, ул. Политехническая, 29;

e-mail: kostmann@yandex.ru, andrey.litvinov@mail.ru

Поступила в редакцию 17 февраля 2019 г.

В 1949 г. Рэмси предложил использовать для опроса атомов вместо непрерывного излучения последовательность импульсов, разделённых темновой паузой [15]. Такая схема даёт возможзность уменьшить ширину резонансной линии, определяемую конечным временем взаимодействия частицы с полем. Этот метод довольно быстро нашёл применение в квантовых стандартах частоты, в первую очередь в микроволновых стандартах [16,17]. Позже он стал применяться в оптических стандартах частоты путём использования последовательности трёх, четырёх (и более) импульсов.

При взаимодействии атома с лазерным излучением в стандартной рэмсиевской схеме опроса ввиду наличия нерезонансных атомных переходов возникает световой сдвиг частоты резонанса (эффект Штарка), который линейно зависит от интенсивности. В сверхточных оптических часах требуется точно знать положение резонанса, однако интенсивность лазера, осуществляющего опрос, флуктуирует, что ограничивает точность определения положения линии резонанса и, следовательно, стабильность оптических часов. В 2010 г. опубликована работа, в которой была предложена гиперрэмсиевская схема опроса [18]. Суть её состоит в том, чтобы использовать последовательность разделённых по времени импульсов, которые могут иметь разные длительности, частоты и фазы. При определённых параметрах последовательности импульсов зависимость положения линии резонанса от светового сдвига частоты резонансного перехода аналогична по форме кубической параболе. Поэтому существует область вблизи резонанса, где его положение не зависит от светового сдвига. Таким образом, использование подобной схемы опроса позволяет повысить стабильность оптических часов. Экспериментальная демонстрация гиперрэмсиевского метода [19] дала новый толчок исследованиям в данной области. Так, в ряде работ было изучено влияние различных параметров импульсов, частот и фаз на положение резонанса [20-22], а в [23] рассмотрена роль флуктуаций пробного лазерного поля в гиперрэмсиевской спектроскопической схеме.

Рэмсиевская спектроскопия также находит широкое применение при разработке микроволновых стандартов частоты в газовой ячейке со щелочными атомами. Так, в недавней работе [24] была предложена автобалансная схема опроса для таких стандартов частоты, которая экспериментально исследована в [25], где удалось добиться стабильности 2.5×10^{-15} за 10^4 с для атомных часов, основанных на эффекте когерентного пленения населенностей. Хотя эта схема принципиально отличается от гиперрэмсиевской, поскольку является двухпетлевой, обе схемы схожи тем, что в них используются различные последовательности импульсов.

При построении микроволнового стандарта частоты в газовой ячейке со щелочными атомами для увеличения сигнала приходится увеличивать концентрацию активных атомов, повышая температуру. С ростом температуры концентрация атомов может достичь таких значений, что начнут проявляться коллективные эффекты, связанные с поглощением лазерного излучения по мере прохождения его через атомную среду. В этом случае среда становится оптически плотной. В такой среде форма линии резонанса поглощения изменяется по сравнению с формой этой линии в оптически тонкой среде [26, 27]. В работе [28] было показано, что наличие оптически плотной среды значительно искажает форму линии резонанса когерентного пленения населенностей при рэмсиевской схеме опроса. Исследование автобалансной схемы в оптически плотной среде представляется весьма важной и актуальной задачей. Однако в этой схеме используется более сложная схема опроса. Опираясь на результаты работы [28], можно ожидать, что в случае оптически плотной среды в такой схеме опроса будет достаточно непростая картина распространения импульсов. Для того чтобы разобраться в физике происходящих процессов при учёте поглощения лазерного излучения, в настоящей работе решается более простая задача об использовании гиперрэмсиевской схемы опроса в оптически плотной среде. Цель нашего исследования заключается в том, чтобы изучить физику процессов на более простом примере (гиперрэмсиевская схема опроса), который позволил бы в предельных случаях опираться на известные результаты [29]. Таким образом, решаемая задача весьма актуальна с фундаментальной точки зрения, поскольку способствует пониманию физики процессов, сопровождающих взаимодействие атома с последовательностями импульсов различного типа. Понимание новых особенностей, вызванных наличием поглощения излучения в среде, на примере гиперрэмсиевской схемы опроса позволяет упростить анализ и интерпретацию результатов более сложных схем опроса атомных систем.

2. Математическая модель и основные приближения

Рассмотрим взаимодействие импульсного лазерного излучения с атомным ансамблем, состоящим из одинаковых неподвижных атомов, частота ω_{at} одного из переходов в которых ($|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$) близка к несущей частоте внешнего поля v (отстройка $\delta = v - \omega_{at} \ll \omega_{at}$). Ансамбль имеет протяженность L вдоль оси z распространения электромагнитного излучения (рис.1). При этом длина свободного пробега фотона много меньше длины ансамбля, что делает атомную среду оптически плотной ($n_a \sigma L > 1$, где n_a – концентрация атомов, а σ – сечение рассеяния фото-



Рис.1. Уровни атомного перехода с частотой ω_{at} , взаимодействующего с электромагнитным полем с частотой v(a), и схема взаимодействия поля с оптически плотным вдоль координаты *z* атомным ансамблем (δ).

нов на атоме). Ансамбль предполагается достаточно разреженным, так что на длину волны λ падающего излучения приходится в среднем меньше одного атома ($n_a\lambda^3 < 1$). Это позволяет пренебречь эффектами рекуррентного рассеяния света [30–33] и рассматривать взаимодействие каждого атома с излучением независимо с точки зрения квантовых корреляций. Однако взаимодействие излучения с каждым атомом ансамбля не является полностью независимым из-за его оптической плотности. Излучение, падающее на атомы дальних слоев ансамбля, зависит от состояния атомов ближних слоёв, что является проявлением коллективного рассеяния света [34, 35].

Полагая, что электрическое поле волны является скаляром, зададим его выражением

$$E(z,t) = E_0(z,t)e^{i(kz-\nu t)} + c.c.,$$
(1)

где $E_0(z, t)$ – комплексная амплитуда; k – волновое число. Для рассматриваемых интенсивностей лазерного излучения применим полуклассический подход, при котором излучение описывается классически, а атомы и их взаимодействие с полем – квантовомеханически. При таком описании гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hbar \hat{V},\tag{2}$$

где $\hat{H}_0 = \sum_n \varepsilon_n |n\rangle \langle n|$ – гамильтониан атома в отсутствие лазерного поля; ε_n – энергии атомных уровней (n = 1, 2);

$$\hat{V} = -\frac{\Omega^*}{2} e^{i(vt - kz)} |1\rangle \langle 2| - \frac{\Omega}{2} e^{-i(vt - kz)} |2\rangle \langle 1|$$
(3)

– оператор взаимодействия в приближении вращающейся волны; $\Omega = (2/\hbar)d_{21}E_0$ – частота Раби взаимодействия атома с полем; d_{21} – матричный элемент оператора дипольного момента перехода.

Атомную систему будем описывать с помощью уравнения Лиувилля для одноатомной матрицы плотности $\hat{\rho}$:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{R} \{\hat{\rho}\}, \qquad (4)$$

где $\hat{R}\{\hat{\rho}\}$ – супероператор, описывающий спонтанный распад возбужденного атомного уровня. Распространение излучения в приближении плоского фронта волны описывается одномерным волновым уравнением для комплексной амплитуды:

$$\frac{\partial E_0(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_0(z,t)}{\partial t} = 4\pi i P_0(z,t) k, \qquad (5)$$

где c – скорость света в вакууме; $P_0(z, t)$ – медленно меняющаяся амплитуда поляризации среды. Поляризация среды выражается, в свою очередь, через атомную матрицу плотности и оператор дипольного момента перехода \hat{d} :

$$P = n_{a} \operatorname{Sp}(\hat{\rho} \hat{d}) = n_{a} (\rho_{21} d_{12} + \rho_{12} d_{21})$$
$$= P_{0} e^{-i(\nu t - kz)} + P_{0}^{*} e^{i(\nu t - kz)}.$$
(6)

Подставляя выражения (2) и (3) в уравнение (4) и P_0 из выражения (6) в уравнение (5), выделим в недиагональных элементах матрицы плотности быстро осциллирующий множитель $\rho_{12} = \tilde{\rho}_{12} e^{i(v_I - k_Z)}$. Используя приближение вращающейся волны, получаем систему дифференциальных уравнений Максвелла–Блоха, описывающих динамику матрицы плотности и распространение поля излучения:

$$\dot{\rho}_{11}(z,t) = -i\frac{\Omega(z,t)}{2}\tilde{\rho}_{12}(z,t) + i\frac{\Omega^*(z,t)}{2}\tilde{\rho}_{21}(z,t) + \gamma\rho_{22}(z,t),$$

$$\dot{\rho}_{22}(z,t) = \mathrm{i}\frac{\Omega(z,t)}{2}\tilde{\rho}_{12}(z,t) - \mathrm{i}\frac{\Omega^*(z,t)}{2}\tilde{\rho}_{21}(z,t) - \gamma\rho_{22}(z,t),$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{12}(z,t) = [-\mathrm{i}\delta(z,t) - \gamma/2]\tilde{\rho}_{12}(z,t) - \mathrm{i}\frac{\mathcal{Q}^*(z,t)}{2}$$
(7)

$$\times [\rho_{11}(z,t) - \rho_{22}(z,t)],$$
$$\frac{\partial \Omega(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial \Omega(z,t)}{c\partial t} = \frac{4\pi i n_{\rm a} |d_{12}|^2 k}{\hbar} \tilde{\rho}_{21}(z,t).$$

Здесь уравнение распространения поля записано для частоты Раби; *γ* – скорость спонтанного распада возбуждённого уровня.

В системе уравнений (7) отстройка $\delta(z, t)$ частоты излучения лазера от частоты атомного перехода зависит от координаты и времени, поскольку лазерное излучение, вообще говоря, взаимодействует с другими переходами атома, что вызывает световой сдвиг частоты резонансного перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$. Пусть при действии прямоугольно-

го лазерного импульса с амплитудой Ω_0 возникает сдвиг частоты перехода на величину $\Delta_{\rm LS}$. Этот сдвиг имеет место только при воздействии импульсов, а во время темновой паузы он равен нулю. Таким образом, если частота излучения лазера имеет отстройку δ от частоты невозмущённого перехода в темновой паузе, то во время действия импульса отстройка приобретет добавку: $\delta + \Delta_{\rm LS}$. Однако лазерные импульсы при прохождении через оптически плотную среду изменяют свою амплитуду и перестают быть прямоугольными. Поскольку световой сдвиг пропорционален интенсивности излучения, отстройка лазерного поля в момент времени *t* в точке пространства с координатой *z* будет иметь вид

$$\delta(z,t) = \delta + \Delta_{\rm LS} \frac{|\Omega(z,t)|^2}{|\Omega_0|^2}.$$
(8)

3. Обсуждение результатов

При использовании классической рэмсиевской схемы опроса на атомы действует последовательность двух одинаковых импульсов площадью $\pi/2$ каждый (рис.2,*a*). Соответствующее изменение отстройки согласно формуле (8) при *z* = 0 показано на рис.2,*б*.

В атомных часах чувствительность положения рэмсиевского резонанса к флуктуациям величины светового сдвига атомного перехода $\Delta_{\rm LS}$ напрямую влияет на их стабильность. Рассмотрим Δ_{LS} как свободный параметр, который в реальном эксперименте определяется степенью взаимодействия лазерного излучения с нерезонансными атомными переходами и интенсивностью излучения. Под положением резонанса будем понимать положение его экстремума S по оси частот. Для классической рэмсиевской схемы опроса зависимость $S(\Delta_{LS})$ линейна в окрестности точки $\Delta_{LS} = 0$. В работе [18] было предложено использовать более сложную последовательность импульсов, что позволило уменьшить чувствительность положения резонанса к световому сдвигу (гиперрэмсиевский метод). Последовательность импульсов, показанная на рис.2, в, позволяет свести зависимость $S(\Delta_{LS})$ вблизи нуля к кубической, что значительно понижает чувствитель-



Рис.2. Последовательность лазерных импульсов рэмсиевской схемы опроса на входе в среду при площадях импульсов $\Omega_0 \tau_1 = \Omega_0 \tau_2 = \pi/2$ (*a*) и последовательность лазерных импульсов гиперрэмсиевской схемы опроса на входе в среду при площадях импульсов $\Omega_0 \tau_1 = \Omega_0 \tau_3 = \pi/2$, $\Omega_0 \tau_2 = -\pi$ (*b*), а также соответствующие изменения отстроек частот лазерного поля во время действия импульсов на величину светового сдвига Δ_{LS} при отстройке δ_0 от невозмущённого перехода (*b*, *c*).



Рис.3. Рэмсиевский резонанс для различных значений продольной координаты *z* вдоль распространения излучения в случае гиперэмсиевской схемы опроса при параметрах $\tau_1 = \tau_3 = \tau$, $\tau_2 = 2\tau$, $T = 9\tau$, $\Omega_0 = (\pi/2)\tau^{-1}$, $\tau = 0.2$ с, $\gamma = 0$, $n_a = 10^{11}$ см⁻³.

ность резонанса к флуктуациям светового сдвига. В этой последовательности первый импульс имеет площадь $\pi/2$, а второй импульс состоит из двух частей с площадями – π и $\pi/2$. Изменение отстройки во времени для такой последовательности, согласно формуле (8), показано на рис.2,*г*.

Рэмсиевский резонанс для координаты z = 0 при использовании последовательности импульсов на рис.2, в показан на рис.3. Зависимость положения его центрального минимума от светового сдвига представляет собой кубическую параболу (рис.4, z = 0). Проанализируем, как изменяются рэмсиевский резонанс и зависимость $S(\Delta_{LS})$ по мере прохождения через оптически плотную среду. Обычно в экспериментах время жизни возбужденного состояния атома много больше длительности гиперрэмсиевской последовательности импульсов, поэтому при расчетах положим скорость спонтанного распада $\gamma = 0$.

Из рис.3 видно, что на входе в среду центральный резонанс представляет собой минимум. Далее в сечении с координатой z = 17 мкм он «переворачивается» и становится максимумом. Затем процесс повторяется и в сечении с координатой z = 98 мкм вновь имеет место минимум. Таким образом, в случае фиксированной отстройки при изменении координаты z происходят осцилляции населенности верхнего уровня.

На рис.4 показаны зависимости $S(\Delta_{LS})$ для резонанса при различных z. Зависимость для максимума в сечении с z = 17 мкм представляет собой N-образную кривую. При этом вблизи нуля возникает значительная чувствительность к световому сдвигу на линейном участке N-образной кривой. Наименьшая чувствительность к флуктуациям светового сдвига достигается в ее экстремумах при $\Delta_{LS} \approx \pm 200$ мГц. Следут учитывать, что при увеличении координаты z амплитуда резонанса конечно же уменьшается в результате поглощения излучения в среде.

При дальнейшем увеличении координаты z последовательность импульсов, показанная на рис.2,e, уже значительно искажается вследствие процессов поглощения и



Рис.4. Зависимость положения резонанса от светового сдвига частоты атомного перехода для различных значений продольной координаты *z* вдоль распространения излучения. Параметры те же, что и для рис.3.

переизлучения фотонов атомной средой. Последний процесс приводит, в частности, к тому, что в темновой паузе на атомы действует поле, переизлученное атомами предыдущих слоев. Зависимость $S(\Delta_{LS})$ при этом становится линейной, как и при классической рэмсиевской схеме опроса (рис.4, z = 56 и 98 мкм).

4. Заключение

В работе развита теория гиперрэмсиевской схемы опроса двухуровневого атома в условиях конечной оптической толщины разреженной среды и наличия в ней коллективных эффектов. Рассматривался холодный атомный ансамбль. Математическая модель представляет собой систему уравнений, состоящую из динамической части для матрицы плотности, которая решается совместно с уравнениями переноса для электромагнитного поля и учитывает коллективные эффекты. В рамках разработанной модели установлено, что форма оптического резонанса при гиперрэмсиевской схеме опроса по мере прохождения через среду существенно изменяется, а именно центральный резонанс при нулевой отстройке периодически изменяется с минимума на максимум и наоборот при экспоненциальном затухании его амплитуды. Анализ светового сдвига показал, что его зависимость от отстройки имеет форму кубической параболы только для тонкой среды (z = 0). По мере прохождения через среду эта кубическая парабола изменяется и переходит в линейную зависимость.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-12-01085).

- 1. Rabi I.I. Phys. Rev., 51, 652 (1937).
- Rabi I.I., Zacharias J.R., Millman S., Kusch P. Phys. Rev., 53, 318 (1938).
- 3. Rosenband T. et al. Science, 319, 1808 (2008).
- 4. Margolis H.S. Eur. Phys. J., 172, 97 (2009).
- Chou C.W., Hume D.B., Koelemeij J.C.J., Wineland D.J., Rosenband T. *Phys. Rev. Lett.*, **104**, 070802 (2010).
- 6. Ye J., Kimble H.J., Katori H. Science, 27, 1734 (2008).
- 7. Derevianko A., Katori H. Rev. Mod. Phys., 83, 331 (2011).
- 8. Katori H. Nat. Photonics, 5, 203 (2011).

- Ткаля Е. Письма в ЖЭТФ, 71, 449 (2000) [JETP Lett., 71, 311 9. (2000)].
- 10. Kazakov G.A., Litvinov A.N., Romanenko V.I., Yatsenko L.P., Romanenko A.V., Schreitl M., Winkler G., Schumm T. New J. Phys., 14, 083019 (2012).
- 11. Safronova M.S., Budker D., de Mille D., Kimball D.F.J., Derevianko A., Charles C.W. Rev. Mod. Phys., 90, 025008 (2018).
- 12. Yudin V.I., Taichenachev A.V. arXiv:1706.07718v3.
- 13. Derevianko A., Pospelov M. Nat. Phys., 10, 933 (2014).
- 14. Ludlow A.D., Boyd M.M., Ye J., Peik E., Schmidt P.O. Rev. Mod. Phys., 87, 637 (2015).
- 15. Ramsey N. Phys. Rev., 78, 695 (1950).
- Essen L., Parry J.V.L. Nature, 176, 280 (1955).
 Vanier J., Audoin C. The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards (Bristol: IOP, 1989).
- 18. Yudin V.I., Taichenachev A.V., Oates C.W., Barber Z.W., Lemke N.D., Ludlow A.D., Sterr U., Lisdat Ch., Riehle F. Phys. Rev. A, 82, 011804 (2010).
- 19. Huntemann N., Lipphardt B., Okhapkin M., Tamm C., Peik E., Taichenachev A.V., Yudin V.I. Phys. Rev. Lett., 109, 213002 (2012).
- 20. Zanon-Willette T., Yudin V.I., Taichenachev A.V. Phys. Rev. A, 92, 023416 (2015).
- 21. Yudin V.I., Taichenachev A.V., Basalaev M.Yu., Zanon-Willette T. Phys. Rev. A, 94, 052505 (2016).
- 22. Hobson R., Bowden W., King S.A., Baird P.E.G., Hill I.R., Gill P. Phys. Rev. A, 93, 010501 (2016).

- 23. Beloy K. Phys. Rev. A, 97, 031406 (2018).
- 24. Yudin V.I., Taichenachev A.V., Basalaev M.Yu., et al. Phys. Rev. Appl., 9, 054034 (2018).
- 25. Hafiz M.A., Coget G., Petersen M., Calosso C.E., Guerandel S., de Clercq E., Boudot R. Appl. Phys. Lett., 112, 244102 (2018).
- 26. Баранцев К.А., Литвинов А.Н., Попов Е.Н. ЖЭТФ, 152, 1165 (2017) [JETP, 125, 993 (2017)].
- 27. Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н. Квантовая электроника, 47, 812 (2017) [Quantum Electron., 47, 812 (2017)].
- 28. Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н. Квантовая электроника, 48, 615 (2018) [Quantum Electron., 48, 615 (2018)].
- 29. Zanon-Willette T. et al. Rep. Prog. Phys., 81, 094401 (2018).
- 30. Курапцев А.С. Фофанов Я.А., Соколов И.М. Оптика и спектроскопия, 112, 444 (2012).
- 31. Kuraptsev A.S., Sokolov I.M. Phys. Rev. A, 91, 053822 (2015).
- 32. Соколов И.М. Письма в ЖЭТФ, 106, 317 (2017) [JETP Lett., 106, 341 (2017)].
- 33. Sokolov I.M., Kupriyanov D.V., Kuraptsev A.S., Havey M.D., Balik S. J. Mod. Opt., 60, 50 (2013).
- 34. Skipetrov S.E., Sokolov I.M., Havey M.D. Phys. Rev. A, 94, 013825 (2016).
- 35. Kuraptsev A.S., Sokolov I.M., Havey M.D. Phys. Rev. A, 96, 023830 (2017).