## Акустооптический аналог резонатора Фабри-Перо

## В.И.Пустовойт

Предложен новый метод повышения спектральной разрешающей способности коллинеарных акустооптических фильтров путем использования оптической обратной связи, когда выходящее из области взаимодействия света с созданной звуковой волной в кристалле периодической структурой световое излучение возвращается на вход кристалла, в котором процесс дифракции многократно повторяется. Возвращаемый в область взаимодействия световой поток изменяет граничные условия параметрической задачи дифракции, и поэтому амплитуды дифрагированного и прошедшего светового потока оказываются существенно зависимыми от свойств обратной связи (подобно происходящему в оптическом резонаторе Фабри–Перо). Показано, что такой комбинированный акустооптический фильтр Фабри– Перо с обратной связью обладает возможностью электронной перестройки оптической длины волны пропускания и одновременно имеет более высокое спектральное разрешение, чем обычный акустооптический фильтр без обратной связи. Показано также, что многократная дифракция излучения из-за обратной связи повышает эффективность дифракции излучения при сравнительно малом пространственном изменении показателя преломления среды. Найдены в явном виде аналитические выражения для инструментальных функций комбинированного акустооптического фильтра Фабри–Перо и проанализированы их свойства. Отмечено, что любой механизм изменения обратной связи, путем изменения фазы или амплитуды возвращаемой волны, приводит к модуляции измеряемого сигнала, что позволяет создать более точные методы спектральных измерений.

ke@lebedev.ru-http://www.quantum-electron.ru

Ключевые слова: акустооптический фильтр, резонатор Фабри-Перо, обратная связь.

Поиск новых физических методов повышения спектрального разрешения [1,2] и эффективности дифракции в современных акустооптических спектрометрах [3], основанных на коллинеарной дифракции света на звуковых волнах (или фотонных кристаллах), представляет собой актуальную задачу. В настоящей работе предлагаются и анализируются новые подходы к этой задаче, использующие оптическую обратную связь, когда выходящее из области взаимодействия света с периодической структурой (созданной, например, звуковой волной) световое излучение возвращается в кристалл, в котором процесс дифракции повторяется вновь и вновь. Возвращаемый в область взаимодействия световой поток меняет граничные условия параметрической задачи дифракции, поэтому амплитуды дифрагированного и прошедшего светового излучения изменяются. Физически ясно, что это изменение, как и в резонаторе Фабри-Перо [4], будет зависеть от амплитуды и фазы волны возвращаемого оптического сигнала, которые, в свою очередь, существенно зависят от условий синхронизма. В результате появляется возможность повышения эффективности и разрешающей способности такого комбинированного акустооптического фильтра Фабри-Перо (АО ФП фильтра).

В.И.Пустовойт. Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Россия, 117342 Москва, ул. Бутлерова, 15; ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений», Россия, Московская обл., 141570 Менделеево; e-mail: vladpustovoit@gmail.com

Поступила в редакцию 13 июля 2020 г., после доработки – 19 сентября 2020 г.

Оптическая обратная связь может осуществляться разными способами: во-первых, когда возвращается недифрагированное излучение (тогда пространственное распределение падающего излучения, удовлетворяющего условиям синхронизма, изменяется); во-вторых, когда возвращается дифрагированное излучение (тогда, в отличие от предыдущего случая, на входе в область взаимодействия, т.е. в кристалл, будут меняться амплитуда, фаза и частота падающего излучения); в-третьих, когда возвращаются как дифрагированная, так и не дифрагированная части излучения. Конечно, упомянутое выше изменение частоты дифрагированной волны незначительно, и в ряде случаев им можно пренебречь, но при дифракции узкополосного лазерного излучения, когда важно абсолютное значение изменения частоты, такой эффект необходимо принимать во внимание, в особенности, когда речь идет о неколлинеарной дифракции [5]. В настоящей работе, в отличие от работы [6], рассматриваются случаи обратной связи для коллинеарной дифракции, однако ясно, что использование обратной связи по оптическому излучению расширяет функциональные возможности перестраиваемых акустооптических (АО) фильтров и спектрометров.

Примеры оптических схем коллинеарных перестраиваемых АО фильтров с обратной связью приведены на рис.1. Поляризатор П1 выделяет из исходного излучения световой поток с обыкновенной поляризацией, который попадает в АО кристалл, где происходит коллинеарная дифракция на звуковой волне и возникает новая световая волна с необыкновенной поляризацией. Зеркала 3 и делитель пучка ДП образуют цепь обратной связи, интенсивность дифрагированного излучения регистрируется ФЭУ. Поляризатор П2 разделяет световые потоки с раз-



Рис.1. Оптические схемы АО фильтров с обратной связью, реализуемой по недифрагированному (*a*) и по дифрагированному (*б*) потокам излучения: П1, П2 – поляризаторы; ФЭУ – фотоэлектронный умножитель; 3 – зеркала; ДП – делитель пучка.

ными поляризациями так, что излучение с обыкновенной поляризацией возвращается на вход области взаимодействия (рис.1,*a*) (это соответствует первому случаю обратной связи). На рис.1,*б* представлена схема, когда обратная связь осуществляется по дифрагированной, т. е. необыкновенной, световой волне. Этот случай обратной связи, в отличие от случая, показанного на рис.1,*a*, интересен тем, что происходит многократный сдвиг частоты дифрагированного излучения. Ниже будет показано, что, при выполнении определенных резонансных условий, эффективность такой дифракции, например, лазерного излучения может быть достаточно высокой.

Получим аналитические выражения для амплитуд и интенсивности волн в условиях коллинеарной дифракции светового излучения на звуковой волне при наличии оптической обратной связи. Из уравнений Максвелла для анизотропной среды, в которой диэлектрическая проницаемость меняется по периодическому закону, вблизи выполнения условий волнового синхронизма могут быть получены укороченные уравнения, описывающие процесс коллинеарной дифракции [7]. В приближении теории связанных мод эти уравнения имеют следующий вид [7]:

$$\frac{dE_{e}(x)}{dx} = -i\Gamma_{e}e^{i\Delta kx}E_{o}(x),$$

$$\frac{dE_{o}(x)}{dx} = -i\Gamma_{o}e^{-i\Delta kx}E_{e}(x).$$
(1)

Здесь  $E_{0}(x)$ ,  $E_{e}(x)$  – амплитуды обыкновенной (падающей) и необыкновенной (дифрагированной) волн соответственно;

$$\Gamma_{\rm e} = \frac{\omega n_{\rm o} n_{\rm e}^2}{4c} p S(x), \quad \Gamma_{\rm o} = \frac{\omega n_{\rm o}^2 n_{\rm e}}{4c} p S^*(x) \tag{2}$$

– коэффициенты связи, которые выражаются через свойства кристалла и амплитуду звуковой волны; p – фотоупругая постоянная, соответствующая рассматриваемой геометрии взаимодействия; c – скорость света в вакууме;  $n_0$  и  $n_e$  – показатели преломления обыкновенной и необыкновенной световых волн;

$$S(x,t) = \frac{1}{2}S(x)\exp(i\Omega_{s}t - iq_{s}x) + c.c.$$
(3)  
$$\left(\frac{1}{S(x)}\frac{dS(x)}{dx} \ll q_{s}\right)$$

 амплитуда звуковой волны; Ω<sub>s</sub>, q<sub>s</sub> – частота и волновой вектор звуковой волны;  $\Delta k \equiv (\omega/c)n_0 - (\omega^*/c)n_e + \Omega_s/v_s$ расстройка условий синхронизма. Соотношение между частотами световых волн, следующее из законов сохранения, имеет вид  $\omega \equiv \omega^* + \Omega_s$ , где  $\omega^*$  – частота дифрагированной волны;  $v_{\rm s}$  – скорость звука, причем кристалл считается отрицательным, т.е.  $n_{o} > n_{e}$ . Коэффициенты  $\Gamma_{e}$  и  $\Gamma_{o}$ несколько отличаются друг от друга в меру различия показателей преломления no и ne, но в окончательные формулы, как увидим ниже, всегда входит комбинация  $\Gamma_{\rm e}\Gamma_{\rm o}$ , корень из которой будем обозначать  $\Gamma$ ,  $\Gamma \equiv \sqrt{\Gamma_{\rm e} \Gamma_{\rm o}}$ . (Ниже не будем различать  $\Gamma$ ,  $\Gamma_{\rm e}$ ,  $\Gamma_{\rm o}$ , кроме тех случаев, где это необходимо.) Рассматриваемая среда (кристалл) не обладает поглощением и дисперсией, и поэтому, как видно из системы уравнений (1), независимо от конкретных граничных условий выполняется закон сохранения потока энергии взаимодействующих световых волн:

$$\frac{\partial (n_o^{-1} | E_o(x) |^2 + n_e^{-1} | E_e(x) |^2)}{\partial x} = 0.$$
(4)

Условие (4) справедливо для волн внутри области взаимодействия между волнами в кристалле, т.е. без учета обратной связи и, кроме того, без учета незначительной передачи энергии световой волны звуковой волне. Это соотношение означает также, что знание интенсивности волны с одной поляризацией дает возможность определить интенсивность волны с другой поляризацией в любой точке области взаимодействия. Фазы этих волн подчиняются соотношениям, которые могут быть получены непосредственно из системы уравнений (1) при ее разделении на уравнения для действительной и мнимой частей амплитуд взаимодействующих световых волн [8]. Запишем граничные условия на входе в область взаимодействия в наиболее общем виде:

$$E_{\rm o}|_{x=0} = E_{\rm o}^0, \quad E_{\rm e}|_{x=0} = E_{\rm e}^0.$$
 (5)

Тогда решение общей задачи (1), (5) имеет вид [7]

$$E_{o}(x) = E_{o}^{0} \exp\left(\frac{i}{2}\Delta kx\right) \left[\cos(\Gamma\xi x) - \frac{i\Delta k}{2\Gamma\xi}\sin(\Gamma\xi x)\right]$$
  
$$-i\frac{E_{e}^{0}}{\xi}\sqrt{\frac{n_{e}}{n_{o}}}\exp\left(\frac{i}{2}\Delta kx\right)\sin(\Gamma\xi x),$$
  
$$E_{e}(x) = -E_{o}^{0}\frac{i}{\xi}\exp\left(-\frac{i}{2}\Delta kx\right)\sqrt{\frac{n_{o}}{n_{e}}}\sin(\Gamma\xi x)$$
  
$$+E_{e}^{0}\exp\left(-\frac{i}{2}\Delta kx\right) \left[\cos(\Gamma\xi x) + \frac{i\Delta k}{2\Gamma\xi}\sin(\Gamma\xi x)\right].$$
  
(6)

Здесь  $\xi \equiv \sqrt{1 + (\Delta k/2\Gamma)^2}$ , причем в выражении (5) под амплитудами волн на границе x = 0 следует понимать комплексную величину с учетом фазы. Общее решение в виде (6) не учитывает оптическую обратную связь. Как и в случае интерферометра Фабри–Перо [4], решение (6) позволяет найти матрицу рассеяния  $S_{\alpha\beta}(x)$ , связывающую амплитуды волн на входе, т.е. при x = 0, со значениями в лю-

бой точке *x* внутри области взаимодействия. Запишем решение (6) на границе x = L через матрицу рассеяния [4]  $S_{\alpha\beta}(x)$ :

$$E_{\alpha}(L) = \sum_{\beta} S_{\alpha\beta}(L) E^{0}_{\beta}, \quad \alpha, \beta \equiv \{0, e\},$$
(7)

где

$$S_{\alpha\beta}(L) = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{i}{2}\Delta kL\right) \left[\cos(\Gamma\xi L) - \frac{i\Delta k}{2\Gamma\xi}\sin(\Gamma\xi L)\right] & -\frac{i}{\xi}\exp\left(\frac{i}{2}\Delta kL\right)\sqrt{\frac{n_{o}}{n_{e}}}\sin(\Gamma\xi L) \\ \frac{i}{\xi}\exp\left(-\frac{i}{2}\Delta kL\right)\sqrt{\frac{n_{e}}{n_{o}}}\sin(\Gamma\xi L) & \exp\left(-\frac{i}{2}\Delta kL\right) \left[\cos(\Gamma\xi L) + \frac{i\Delta k}{2\Gamma\xi}\sin(\Gamma\xi L)\right] \end{pmatrix}.$$
(8)

Для анизотропной среды без поглощения элементы матрицы рассеяния  $S_{\alpha\beta}(L)$  удовлетворяют соотношениям

$$S_{oo}S_{oo}^{*} + S_{oe}S_{eo}^{*} = 1, \ S_{ee}S_{ee}^{*} + S_{eo}S_{oe}^{*} = 1,$$
  
$$S_{oe}S_{oo}^{*} + \frac{n_{o}}{n_{e}}S_{ee}S_{eo}^{*} = 0,$$
  
(9)

при выполнении которых обеспечивается удовлетворение закона сохранения (4). Значения амплитуд электрических полей  $E_0$ ,  $E_e$  относятся к своим значениям внутри анизотропной среды, показатели преломления которой и значения групповых скоростей волн разных поляризаций различаются, и поэтому в формулах (4), (9), в отличие от случая изотропной среды [4], появляются отношения показателей преломления.

Рассмотрим теперь дифракцию световой волны на звуковой волне, распространяющейся в том же направлении, что и световая волна. Пусть обратная связь реализуется по недифрагированной световой волне, как это показано на рис.1,*а*. Поляризатор П1 из падающего потока оптического излучения выделяет поток с поляризацией, соответствующей обыкновенной волне в выбранной ориентации АО кристалла. Делитель пучка ДП расщепляет амплитуду падающего поляризованного излучения на два направления: одно – вдоль направления падающего излучения, второе – вдоль направления, ортогонального к исходному. Для идеального делителя (без поглощения) выполняется условие  $|E_0^0|^2 = |(E_0^0)_1|^2 + |(E_0^0)_2|^2$  и поэтому амплитуды волн на выходе делителя удовлетворяют очевидным соотношениям:

$$(E_{o}^{0})_{1} = \gamma_{bs} e^{i\varphi_{bs}} E_{o}^{0}, \quad (E_{o}^{0})_{2} = (1 - \gamma_{bs}^{2})^{1/2} e^{i\varphi_{bs}'} E_{o}^{0}.$$

Здесь  $\gamma_{bs}$  – эффективность делителя «на проход», а  $\varphi_{bs}$ ,  $\varphi'_{bs}$  – возможные скачки фазы «на проход» и «на отражение» на оптических поверхностях делителя. Будем считать, что для первого случая обратной связи направление, обозначенное индексом 1, соответствует падающему исходному излучению, а обозначенное индексом 2 – определяет направление обратной связи. Тогда, используя очевидное рекуррентное соотношение для амплитуд волн на входе области взаимодействия,

$$(E_o^0)_1^m = \gamma_{\rm bs} e^{i\varphi_{\rm bs}} (E_o^0)_1 + (1 - \gamma_{\rm bs}^2)^{1/2} e^{i\varphi + i\varphi_{\rm bs}} (E_o^0)_1^{m-1} S_{\rm oo},$$
  

$$m = 0, 1, 2, \dots, \quad (E_o^0)_1^{-1} = 0,$$
(10)

где целое число *m* определяет порядок дифракции, как и в случае резонатора Фабри–Перо [4], получим полную амплитуду дифрагированной необыкновенной волны:

$$E_{\rm e}|_{x=L} = \frac{\gamma_{\rm bs} {\rm e}^{{\rm i}\varphi_{\rm bs}} S_{\rm eo} E_{\rm o}^{0}}{1 - S_{\rm oo} {\rm e}^{{\rm i}\varphi + {\rm i}\varphi_{\rm bs}} (1 - \gamma_{\rm bs}^{2})^{1/2}}.$$
 (11)

Здесь 
$$\varphi$$
 – полная фаза с учетом всех возможных скачков  
при отражении от оптических поверхностей; считается  
также, что в цепи обратной связи отсутствует поглоще-  
ние, если же оно существует, то фаза  $\varphi$  будет содержать  
мнимую часть. Полученное выражение (11) позволяет  
найти инструментальную функцию (ИФ) такого АО ФП  
фильтра:

$$T(\Delta k) \equiv \left| \frac{E_{\rm e} \Big|_{x=L}}{E_{\rm o}^0} \right|^2 = \frac{\gamma_{\rm bs}^2 T_0(\Delta k)}{1 - (1 - \gamma_{\rm bs}^2)^{1/2} \exp\left(\frac{\rm i}{2}\Delta kL + {\rm i}\varphi - {\rm i}\Psi\right) [1 - T_0(\Delta k)]^{1/2}} \right|^2, \quad (12)$$

где

$$T_0(\Delta k) \equiv \frac{\sin^2(\Gamma L\xi)}{\xi^2} \tag{13}$$

- ИФ обычного АО фильтра без обратной связи, а  $\Psi$ - дополнительный набег фазы из-за параметрической связи между взаимодействующими световыми волнами, распространяющимися в кристалле. При выводе (12) считалось, что скачок фазы для делителя ДП отсутствует. Из выражения (12) видно, что ИФ такого АО ФП фильтра представляет собой произведение ИФ обычного АО фильтра [7] на ИФ резонатора Фабри-Перо [4] (с небольшими отличиями от таковой для обычного резонатора Фабри-Перо, связанными с тем, что оптическая обратная связь осуществляется в результате одностороннего возвращения излучения на вход области параметрического взаимодействия оптического излучения со звуковой волной). При  $\gamma_{bs} = 1$ , т. е. при отсутствии обратной связи, формула (12) переходит в ИФ обычного коллинеарного АО фильтра. Легко видеть, что максимальное значение интенсивности дифрагированного излучения на выходе фильтра не превышает единицы при всех значениях  $T_0$  от нуля до единицы. Набег фазы в цепи обратной связи  $\varphi$  в простейшем случае может быть выражен через длину оптического пути обратной связи *l* в виде  $\varphi = kl \equiv (k_0 + \Delta k)l$ , где k – волновое число оптического излучения, а  $k_0$  =  $q_{\rm s}/(n_{\rm o}-n_{\rm e})^{-1}$  – волновое число, соответствующее выполнению условий синхронизма.

Рассмотрим теперь второй случай, когда обратная связь осуществляется в дифрагированном потоке излучения (см. рис.1, $\delta$ ). Рекуррентные соотношения между амплитудами волн для этого случая, очевидно, будут следующими:

$$(E_{e}^{0})^{m} = S_{eo}(E_{o}^{0}) + (1 - \gamma_{bs}^{2})^{1/2} \exp(i\varphi_{bs} + i\varphi(\omega))(E_{e}^{0})^{m-1}S_{ee},$$
  

$$m = 0, 1, 2, ..., \quad (E_{e}^{0})^{-1} = 0,$$
(14)

где все величины теперь относятся к ДП, показанному на рис.1, $\delta$ , а зависимость фазы от частоты  $\varphi(\omega)$  подчеркивает факт изменения частоты дифрагированной волны изза взаимодействия со звуковой волной. Это небольшое изменение частоты необходимо учитывать, когда речь идет о лазерном излучении (ниже этот эффект учитывать не будем).

Используя соотношения (14) и суммируя члены геометрической прогрессии, можно найти интенсивность световых полей внутри АО резонатора Фабри–Перо:

$$\left|E_{e}^{m-\infty}\right|^{2} = \frac{\left|E_{o}^{0} S_{eo}\right|^{2}}{\left|1 - (1 - \gamma_{bs}^{2})^{1/2} \exp(i\varphi_{bs} + i\varphi(\omega))S_{ee}\right|^{2}}.$$
 (15)

Инструментальная функция такого комбинированного AO фильтра с обратной связью определяется интенсивностью светового поля на входе фотоприемника и, как это следует из выражения (15), для второго случая

$$T(\Delta k) = \frac{\gamma_{\rm bs}^2 T_0(\Delta k)}{1 - (1 - \gamma_{\rm bs}^2)^{1/2} \exp\left(\frac{\mathrm{i}}{2}\Delta kL + \mathrm{i}\varphi(\omega) + \mathrm{i}\Psi\right) [1 - T_0(\Delta k)]^{1/2} \Big|^2}.$$
(16)

Инструментальные функции (16) и (12) различаются знаком набега фазы для разных способов реализации обратной связи, и, кроме того, в последнем случае при каждом цикле пробега излучения по цепи обратной связи происходит сдвиг частоты дифрагированного излучения на частоту звуковой волны. Легко видеть, что максимальные значения интенсивностей дифракции у обеих ИФ одинаковы, однако положения самих экстремумов разные. При высокой эффективности АО фильтра, т.е. при  $T_0 = 1$ , обратная связь перестает оказывать влияние на процесс дифракции, поскольку возвращаемое на вход излучение отсутствует. Аналогичная ситуация происходит и при выполнении условия  $\gamma_{bs} = 1$ . При длине оптического пути, удовлетворяющей условиям резонанса (многолучевой интерференции):

$$\Delta k L/2 + \varphi(\omega) \pm \Psi(\Delta k) = 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \quad (17)$$

ИФ (16) и (12) достигают максимума, который при  $T_0(\Delta k) = \gamma_{\rm bs}^2$  становится равным единице, т.е. максимально возможному значению. Это означает, что для непрерывного оптического излучения, падающего на такой комбинированный АО ФП фильтр, происходит полная перекачка энергии поляризованной обыкновенной волны в энергию необыкновенной волны ортогональной поляризации. Контур линии вблизи *n*-го корня уравнения (17) можно представить в виде

$$T|_{n} = \frac{\gamma_{\rm bs}^{2} T_{0}(\Delta k)}{(1-A)^{2} (1+\delta k_{n}^{2}/\sigma^{2})},$$
(18)

где  $A \equiv (1 - \gamma_{bs}^2)^{1/2} [1 - T_0(\Delta k)]^{1/2}$ ;  $\sigma \equiv (1/l) \sqrt{(1 - A)^2/A}$  – величина, определяющая спектральную «ширину» окна (или линии) пропускания комбинированного АО ФП фильтра с обратной связью;  $\delta k$  – отклонение от положе-

ния максимального значения линии пропускания, т.е. от значения волнового числа, удовлетворяющего уравнению (17). Из формулы (18) также видно, что спектральное окно пропускания имеет лоренцеву форму. При 100%-ной перекачке энергии падающего излучения в энергию дифрагированного вблизи каждого значения волнового вектора  $k_n$ , определяемого корнем уравнения (17), спектральная ширина «окна пропускания» по уровню 0.5 может быть записана в виде

$$\Delta k_n = 2 \frac{\sqrt{2\gamma_{\rm bs}^4 - \sqrt{1 - \gamma_{\rm bs}^2} + \gamma_{\rm bs}^2 \sqrt{1 - \gamma_{\rm bs}^2}}}{\sqrt{G(\gamma_{\rm bs}^2 + \sqrt{1 - \gamma_{\rm bs}^2})}},$$
(19)

где

$$G \equiv \frac{\partial^2}{\partial k^2} T_0 \bigg|_{k = k_n}.$$

Из соотношения (19) видно, что спектральная полоса со 100%-ной эффективностью существует при условии, что  $\gamma_{\rm bs} > 0.671$  и, следовательно, требуемая эффективность АО фильтра при  $k = k_n$  должна быть  $T_0 = 0.45$ . Если последнее условие не выполняется, то минимальная интенсивность дифрагированной волны превышает 0.5, так что уравнение для определения ширины спектральной полосы  $T(k_n + \Delta k) = 0.5$  не имеет действительных корней. Если же оптическая длина пути цепи обратной связи при значении  $k_n^*$  вблизи значения  $k_n$  удовлетворяет условию

$$\Delta k L/2 + \varphi(\omega) \pm \Psi(\Delta k) = (2n+1)\pi, \ n = 0, \pm 1, \pm 2, ..., (20)$$

то интенсивность дифрагированного излучения принимает минимальное значение

$$T|_{\min} = \frac{\gamma_{\rm bs}^2 T_0(\Delta k)}{|1 + (1 - \gamma_{\rm bs}^2)^{1/2} [1 - T_0(\Delta k)]^{1/2}|^2}.$$
 (21)

Отношение  $T_{\text{max}}/T_{\text{min}}$ , которое следует из формул (18), (21), определяет контраст спектрального окна пропускания и для  $T_0(\Delta k) = \gamma_{\text{bs}}^2$  будет  $(2 - \gamma_{\text{bs}}^2)^2/\gamma_{\text{bs}}^4$ , т. е. значительно превысит единицу.

Приведенные выше формулы относились к случаю, когда падающее на комбинированный АО ФП фильтр излучение имеет достаточно широкую спектральную ширину, значительно превышающую спектральную полосу обычного АО фильтра, и поэтому всегда найдется такая падающая волна, которая при любом значении частоты звуковой волны будет удовлетворять условиям синхронизма. Математически это означает, что граничные условия (5) выполняются для каждой спектральной составляющей падающего излучения. Если же падающее излучение представляет собой узкополосное лазерное излучение, то, изменяя последовательно частоту звуковой волны и измеряя эффективность дифракции, можно найти ИФ обычного АО фильтра. Это часто используемый прием. Возникает естественный вопрос о возможности применения такого же метода для измерения ИФ комбинированного АО ФП фильтра. Ответ - отрицательный, что связано с наличием дополнительных резонансных условий (17), (20), в силу которых амплитуда дифрагированного излучения будет зависеть теперь от еще одного резонансного числа *р*.

Задача о нахождении амплитуды дифрагированной волны узкополосного лазерного излучения при много-



Рис.2. Зависимость интенсивности дифрагированного излучения *T* от волновой расстройки  $\Delta k$  в соответствии с формулой (12) при следующих значениях параметров: l = 20 см,  $\gamma_{\rm bs} = 0.45$ , L = 3 см, p = 0.3,  $\Gamma = p\pi/2L$ .

кратной интерференции с учетом сдвига частоты при каждом цикле дифракции оказывается более сложной задачей, чем рассмотренный выше случай без учета сдвига частоты. Сложность состоит в том, что в граничных условиях при x = 0 будут присутствовать волны разных частот и разных амплитуд и для каждой из них необходимо вводить свою матрицу рассеяния  $S_{\alpha\beta}$  со своей величиной фазовой расстройки  $\Delta k^m = \Delta k + m\Omega_s$ . В результате рекуррентное соотношение по типу (14) усложняется и не сводится к простой геометрической прогрессии. Тем не менее анализ показывает, что и в этом случае могут быть получены замкнутые аналитические формулы, но из-за появления нового «квантового» числа p, определяющего резонансные условия и расширяющего возможности изменения условия дифракции для каждого значения частоты, такой анализ будет проведен в отдельной работе.

Зависимости интенсивности световых полей от фазовой расстройки  $\Delta k$  показаны на рис.2 и 3 при разных значениях параметров комбинированного АО ФП фильтра. На рис.2 представлена зависимость ИФ (16) от волновой расстройки  $\Delta k$  при таком выборе параметров делителя  $\gamma_{\rm bs}$ и эффективности обычного АО фильтра  $T_0(\Delta k)$ , что условие наибольшего значения дифрагированного потока излучения, т. е.  $T_0(\Delta k) \approx \gamma_{\rm bs}^2$ , достигается вблизи точки  $\Delta k = 0$ , и поэтому линии наибольшей интенсивности дифракции располагаются вблизи основного максимума обычного



Рис.3. Зависимость интенсивности дифрагированного излучения *T* от волновой расстройки  $\Delta k$  в соответствии с формулой (16) при следующих значениях параметров: l = 20 см,  $\gamma_{\rm bs} = 0.2$ , L = 3 см, p = 0.4,  $\Gamma = p\pi/2L$ .

АО фильтра. На рис.3 также представлены зависимости ИФ (16) от волновой расстройки  $\Delta k$ , но при таком выборе параметров, что условие  $T_0(\Delta k) \approx \gamma_{\rm bs}^2$  достигается при значении  $\Delta k$ , соответствующем  $T_0 = 0.04$ . Последнее показывает, что «включение» обратной связи значительно увеличивает интенсивность дифракции. Это позволяет использовать такие комбинированные АО ФП фильтры для спектральных измерений слабых источников излучения или сред с малыми значениями поглощения в отдельных спектральных интервалах. На рис.4 показано изменение положения «окна прозрачности» комбинированного АО ФП фильтра из-за изменения интенсивности звуковой волны. Это свойство АО ФП фильтра открывает дополнительные возможности не только изменения частоты вводимой в кристалл звуковой волны, но и управления полосой прозрачности АО ФП фильтра.

Проведенное выше рассмотрение и полученные формулы (12), (16) относились к случаю, когда длина когерентности падающего излучения превышает оптическую длину обратной связи, и поэтому наблюдение картины дифракции, показанной на рис.2-4, возможно в основном для лазерного излучения. Если же падающее излучение обладает низкой когерентностью, т.е. характерная длина когерентности меньше оптической длины цепи обратной связи, то здесь необходимо отметить следующее. Для обычного акустооптического спектрометра без обратной связи ( $\gamma_{\rm bs} = 1$ ) требования к когерентности падающего излучения отсутствуют, поскольку скачок фазы падающего излучения выпадает из окончательного выражения для инструментальной функции АО фильтра. Последнее непосредственно видно из приведенного решения (6), если только длина оптического цуга превышает размер области взаимодействия. В случае, если последнее не выполняется, вместо решения (6) необходимо брать сумму решений для нескольких оптических цугов, причем длина взаимодействия для каждого цуга будет уже определяться не размером кристалла, а длиной цуга. Математически это подобно задаче для дифракции света на цугах звуковых волн [9, 10]. Для дифракции же малокогерентного излучения с обратной связью ситуация оказывается значительно сложнее. В этом случае фазовый множитель e<sup>i\u03cp</sup> в выражениях (10), (14) содержит случайную



Рис.4. Контуры линии пропускания АО ФП фильтра согласно инструментальной функции (16) при значениях интенсивности звуковой волны  $T_1 = T$  ( $T_0 = 0.22$ ),  $T_2 = T$  ( $T_0 = 0.28$ ) вблизи резонансного условия  $k = k_n$  (где  $k_n$  – корень уравнения (17);  $\Delta k$  – отклонение от значения  $k_n$ ), а также зависимости ИФ обычного АО фильтра согласно формуле (13) при p = 0.6 (I) и 0.98 (2). Остальные значения параметров следующие: l = 20 см,  $\gamma_{bs} = 0.45$ , L = 3 см,  $\Gamma = p\pi/2L$ .

добавку  $s_{m-1}$ , зависящую от номера *m*, т.е. ехр(і $\varphi$  + i $s_{m-1}$ ), и суммирование по всем значениям *m* с использованием формулы геометрической прогрессии для получения выражения для ИФ становится невозможным. Тогда необходимо ограничиться конечным, но достаточно большим, числом членов в сумме, следующей из рекуррентных соотношений (10), (14), а затем проводить усреднение по значениям случайной величины, вводя при этом предположение о виде функции распределения случайной величины. Эта отдельная задача требует специального рассмотрения.

Таким образом, комбинированный АО фильтр с обратной связью обладает возможностью электронной перестройки оптической длины волны пропускания фильтра и одновременно сохраняет возможность высокого спектрального разрешения, присущего резонатору Фабри– Перо. Важно также, что при этом из-за обратной связи и многократной дифракции появляется возможность реализации более высокой эффективности дифракции при сравнительно малом пространственном изменении показателя преломления среды. Отметим также, что любой механизм изменения величины обратной связи, путем изменения фазы или амплитуды возвращаемой волны, приводит к модуляции [9, 10] принимаемого фотоприемником сигнала, что открывает возможность реализации новых, более точных, методов спектральных измерений.

Работа поддержана РФФИ (грант № 19-29-11026).

- 1. Петров Н.И., Пустовойт В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **109** (1), 19 (2019).
- 2. Petrov N.I., Pustovoit V.I. Laser Phys. Lett., 14, 115702 (2017).
- 3. Korablev O.I. et al. Appl. Opt., 57, 103 (2018).
- Городецкий М.Л. Основы теории оптических микрорезонаторов (М.: Изд. МГУ, 2010, гл. III).
- Волошинов В.Б., Магдич Л.Н., Князев Г.А. Квантовая электропика, 35 (11), 1057 (2005) [Quantum Electron., 35 (11), 1057 (2005)].
- Mantsevich S.N., Voloshin A.S., Yushkov K.B. Phys. Rev. A, 100, 013829 (2019).
- 7. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах (М.: Мир, 1987).
- 8. Бломберген Н. Нелинейная оптика (М.: Мир, 1966).
- Пустовойт В.И., Тимошенко В.В. Радиотехника и электроника, 43 (4), 461 (1998).
- 10. Пустовойт В.И. Квантовая электроника, **49** (8), 707 (2019) [Quantum Electron., **49** (8), 707 (2019)].