ПРИГЛАШЕННАЯ СТАТЬЯ

Интерференция при электромагнитных взаимодействиях

А.А.Колоколов

Рассмотрены интерференционные потоки энергии, импульса и момента импульса, описывающие взаимодействие электрических зарядов с постоянными и переменными электромагнитными полями. Описано поглощение и вынужденное излучение атомов в поле свободных и эванесцентных волн. Показано, что в случае взаимодействия с реактивными полями импульс атома при поглощении и вынужденном излучении не меняется. Приведён волновой вывод формулы Планка на основе интерференции полей классического теплового излучения и квантовых нулевых колебаний.

Ключевые слова: *электромагнитное поле, интерференция, поглощение и вынужденное излучение атомов, тепловое излучение.*

1. Введение

В классической электродинамике законы сохранения для системы электрических зарядов во внешнем электромагнитном поле формулируются с помощью потоков энергии, импульса и момента импульса, проходящих через замкнутую поверхность, окружающую эту систему. Потоки, изменяющие динамические характеристики зарядов, являются интерференционными, поскольку зависят как от внешнего поля, так и от поля самих зарядов. Свойства таких интерференционных потоков (ИП), возникающих в суммарном поле, могут существенно отличаться от свойств потоков в исходных интерферирующих полях.

Приведённые в настоящей работе расчёты ИП показывают, что на их основе возможно описание таких разнообразных физических явлений, как кулоновское взаимодействие зарядов, обмен энергией, импульсом и моментом импульса между зарядами и постоянным электрическим полем, боковой сдвиг светового пучка при его полном внутреннем отражении, направленность элементарных актов взаимодействия атомов с полями свободных и эванесцентных волн, безызлучательный перенос энергии между атомами, поглощение и вынужденное излучение атомов без изменения их импульса.

Для расчёта ИП необходимо использовать все элементы тензора энергии-импульса электромагнитного поля, что существенно расширяет представления о традиционных явлениях интерференции второго порядка по полю и позволяет трактовать интерференцию как механизм формирования нового качества в линейных системах.

2. Полный набор величин, необходимых для описания интерференции

Пусть в вакууме создана суперпозиция двух гармонических волн с заданными электромагнитными полями $\boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{H}_1$ и $\boldsymbol{E}_2$, $\boldsymbol{H}_2$ одинаковой частоты, формирующими определённую интерференционную картину. Здесь $\boldsymbol{E}_{1,2}$ и $\boldsymbol{H}_{1,2}$ – векторы напряжённости соответственно электрического и магнитного полей. Введём усреднённые по периоду колебаний интерференционные плотности энергии,

$$w^{\mathrm{int}} = \frac{1}{8\pi}\mathrm{Re}(\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{E}_2^* + \boldsymbol{H}_1\boldsymbol{H}_2^*), \tag{1}$$

импульса,

$$\boldsymbol{p}^{\mathrm{int}} = \frac{1}{8\pi c}\mathrm{Re}([\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{H}_2^*] + [\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{H}_1^*]), \tag{2}$$

и момента импульса,

$$\boldsymbol{m}^{\mathrm{int}} = [\boldsymbol{r}\boldsymbol{p}^{\mathrm{int}}]. \tag{3}$$

Здесь c – скорость света в вакууме; $\boldsymbol{r}$ – радиус-вектор, проведённый из произвольной точки в точку наблюдения.

Согласно уравнениям Максвелла, в случае квазимонохроматических волн первые производные по времени t величин (1)–(3) в области объёмом V, ограниченной замкнутой поверхностью F, имеют вид

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V w^{\mathrm{int}}\mathrm{d}V = -\oint_F S_i^{\mathrm{int}}\mathrm{d}F_i, \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V p_i^{\mathrm{int}}\mathrm{d}V = -\oint_F (-\sigma_{ik}^{\mathrm{int}})\mathrm{d}F_k, \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V m_i^{\mathrm{int}}\mathrm{d}V = -\oint_F e_{ijk}r_j(-\sigma_{kl}^{\mathrm{int}})\mathrm{d}F_l, \tag{6}$$

где $\mathrm{d}F_i = \mathrm{d}Fn_i$; $\mathrm{d}F$ – площадь бесконечно малого элемента поверхности; $\boldsymbol{n}$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности; e_{ijk} – единичный антисимметричный тензор третьего ранга; $i, j, k, l = x, y, z$; по повторяющимся индексам проводится суммирование. В правых частях (4)–(6) со знаком «–» стоят ИП энергии (4), импульса (5) и момента импульса (6), которые определяются с помощью усреднённых по времени интерференционного вектора Пойнтинга

$$\boldsymbol{S}^{\mathrm{int}} = \frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}([\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{H}_2^*] + [\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{H}_1^*]) \tag{7}$$

А.А.Колоколов. E-mail: akolokolov1945@gmail.com, akolokolov@stankin.ru

Поступила в редакцию 21 августа 2020 г., после доработки – 11 ноября 2020 г.

и интерференционного максвелловского тензора напряжений

$$\sigma_{ik}^{\text{int}} = \frac{1}{8\pi}\text{Re}[E_{1i}E_{2k}^* + E_{2i}E_{1k}^* + H_{1i}H_{2k}^* + H_{2i}H_{1k}^* - \delta_{ik}(\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{E}_2^* + \boldsymbol{H}_1\boldsymbol{H}_2^*)], \quad (8)$$

где δ_{ik} – символ Кронекера. Уравнения (4)–(6) описывают динамику пространственного перераспределения энергии, импульса и момента импульса интерферирующих полей, которая определяется соответствующими ИП. Для стационарных полей в вакууме все ИП через произвольную замкнутую поверхность равны нулю. Если область пространственного перекрытия волн ограничена, то линии стационарных ИП являются замкнутыми.

Выражения (1)–(8) образуют полный набор квадратичных по полю величин, достаточный для описания всех возможных интерференционных явлений второго порядка [1]. Они содержат члены вида $E_{1i}E_{2j}^*, H_{1i}H_{2j}^*$ и $E_{1i}H_{2j}^*$, которые определяют интерференцию между различными компонентами не только электрических или магнитных полей, но и между различными компонентами электрического и магнитного полей. Благодаря этому интерференция не сводится только к пространственному перераспределению энергии, импульса и момента импульса.

В качестве примера рассмотрим суперпозицию двух эванесцентных TE и TM волн, распространяющихся по оси x и экспоненциально затухающих по оси y:

$$\boldsymbol{E}_1 = (0, 0, A_1)\exp[-hy + \text{i}(k_x x - \omega t)],$$
$$\boldsymbol{H}_1 = \left(i\frac{h}{k}A_1, -\frac{k_x}{k}A_1, 0\right)\exp[-hy + \text{i}(k_x x - \omega t)], \quad (9)$$

$$\boldsymbol{E}_2 = \left(-i\frac{h}{k}A_2, \frac{k_x}{k}A_2, 0\right)\exp[-hy + \text{i}(k_x x - \omega t)],$$
$$\boldsymbol{H}_2 = (0, 0, A_2)\exp[-hy + \text{i}(k_x x - \omega t)], \quad (10)$$

где A_1 и A_2 – комплексные амплитуды; $k_x > k = \omega/c$; ω – частота волн; $h = \sqrt{k_x^2 - k^2}$. Для волн (9) и (10) справедливо равенство $\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{E}_2 = \boldsymbol{H}_1\boldsymbol{H}_2 = 0$, поэтому они не могут образовывать обычную интерференционную картину.

В данном случае возникает интерференция между компонентами электрического и магнитного полей волн (9) и (10). Это приводит к образованию ИП энергии в направлении оси z, который описывается интерференционной компонентой вектора Пойнтинга суммарного поля [2]

$$S_z^{\text{int}} = \frac{ck_x h}{4\pi k^2}|A_1||A_2|\exp(-2hy)\sin(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (11)$$

отличной от нуля, если для величин A_1 и A_2 разность фаз $\varphi_1 - \varphi_2 \neq \pi n$ ($n = 0, \pm1, \pm2, ...$). Отметим, что потоки энергии, переносимой волнами (9) и (10) по отдельности, направлены по оси x и являются аддитивными. Следовательно, образование ИП энергии по оси z нельзя рассматривать как результат пространственного перераспределения потоков энергии волн (9) и (10).

Суперпозиция эванесцентных волн (9) и (10) образуется в вакууме при полном внутреннем отражении светового пучка с эллиптической поляризацией, который падает из прозрачной среды с показателем преломления, бо́льшим 1, на плоскую поверхность $y = 0$ раздела среды с вакуумом, занимающим полупространство $y > 0$. ИП энергии перпендикулярен плоскости xy падения пучка и вызывает боковой сдвиг отражённого пучка, который в результате выходит из плоскости падения [2].

3. ИП в постоянных электрических полях

Наличие электрических зарядов радикально изменяет свойства ИП, для которых эти заряды становятся либо истоками, либо стоками. Рассмотрим электрическое поле в вакууме, созданное двумя неподвижными точечными зарядами q_1 и q_2,

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 = q_1\frac{\boldsymbol{r}_1}{r_1^3} + q_2\frac{\boldsymbol{r}_2}{r_2^3}. \quad (12)$$

Здесь $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$ – радиус-векторы, проведённые соответственно от зарядов q_1 и q_2 в точку наблюдения. Для поля отдельно взятого заряда плотность импульса и поток импульса через произвольную замкнутую поверхность, окружающую заряд, равны нулю.

Для поля (12) плотность импульса по-прежнему равна нулю, но возникает ИП импульса, описывающий кулоновское взаимодействие зарядов. Если заряды q_1 и q_2 расположены на оси x в точках $x_1 = -l/2$ и $x_2 = l/2$, то ИП импульса p_x к заряду q_2 через плоскость $x = 0$ имеет вид

$$I_{p_x}^{\text{int}} = \iint_{-\infty}^{\infty}\sigma_{xx}^{\text{int}}(0)\,\text{d}y\text{d}z = -\frac{q_1q_2}{4\pi}\iint_{-\infty}^{\infty}\frac{\text{d}y\text{d}z}{(l^2/4 + y^2 + z^2)^2} = -\frac{q_1q_2}{l^2} \quad (13)$$

и равен нулю для любой плоскости $x = \text{const} > l/2$. Следовательно, ИП импульса p_x через произвольную замкнутую поверхность, окружающую заряд q_2, равен (13). Он определяет взятую с обратным знаком кулоновскую силу, действующую на заряд q_2, который становится стоком для ИП импульса p_x.

Интерференционная компонента энергии W^{int} равна потенциальной энергии кулоновского взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 в вакууме [1]:

$$W^{\text{int}} = \frac{1}{4\pi}\int\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{E}_2\,\text{d}V = \frac{q_1q_2}{8\pi}\iiint_{-\infty}^{\infty}\frac{r_1^2 + r_2^2 - l^2}{r_1^3r_2^3}\text{d}x\text{d}y\text{d}z = \frac{q_1q_2}{l}. \quad (14)$$

При движении зарядов по оси x под действием кулоновских сил, как видно из (13) и (14), приращение их кинетической энергии равно убыли интерференционной компоненты энергии полного электрического поля (14).

Движущийся заряд создаёт магнитное поле, с помощью которого возникает ИП энергии, описывающий изменение интерференционной компоненты энергии [3]. Пусть имеется заряженный пустой конденсатор, образованный двумя бесконечными металлическими пластинами, расположенными в плоскостях $x_1 = -l/2$ и $x_2 = l/2$. По оси x под действием электрического поля конденсатора $\boldsymbol{E} = (E, 0, 0)$ движется точечный заряд q. Интерференционная компонента энергии полного поля конденсатора и заряда при скорости заряда $v_q \ll c$

$$W^{\rm int} = \frac{1}{4\pi}\int \boldsymbol{E}\boldsymbol{E}_q {\rm d}V$$

$$= \frac{qE}{4\pi}\int_{-l/2}^{l/2} {\rm d}x \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-x_q){\rm d}y{\rm d}z}{[(x-x_q)^2+y^2+z^2]^{3/2}} = -qEx_q, \quad (15)$$

где $\boldsymbol{E}_q$ и x_q – электрическое поле и координата заряда соответственно [1]. Величина (15) есть потенциальная энергия заряда q в постоянном электрическом поле конденсатора.

ИП импульса p_x к заряду q через две плоскости $x = \pm l/2$

$$I_{p_x}^{\rm int} = -2\iint_{-\infty}^{\infty} \sigma_{xx}^{\rm int}(l/2){\rm d}y{\rm d}z = -\frac{qEl}{4\pi}\iint_{-\infty}^{\infty}\frac{{\rm d}y{\rm d}z}{r^3} = -qE, \quad (16)$$

где $r = \sqrt{l^2/4 + y^2 + z^2}$, равен ИП импульса p_x через произвольную замкнутую поверхность, окружающую заряд внутри конденсатора, и взятой с обратным знаком силе, действующей на заряд [1]. Отсюда следует, что заряд является стоком для ИП импульса p_x. Отметим, что плотность импульса для полного электрического поля внутри конденсатора равна нулю. ИП импульса p_x к пластинам конденсатора равен qE, и обмен импульсом осуществляется между заряженными пластинами конденсатора и зарядом q.

Приращение кинетической энергии ε_q заряда при его движении вдоль оси x под действием электрического поля конденсатора происходит за счёт уменьшения интерференционной энергии (15) полного электрического поля. Дифференцируя $W^{\rm int}$ по времени, получаем

$$-\frac{{\rm d}W^{\rm int}}{{\rm d}t} = qEv_q = \frac{{\rm d}\varepsilon_q}{{\rm d}t}. \quad (17)$$

Если заряд q окружить в конденсаторе произвольной замкнутой поверхностью, приращение его кинетической энергии определяется двумя факторами: уменьшением интерференционной энергии внутри выделенной области и ИП энергии, описывающим уменьшение интерференционной энергии за пределами выделенной области [3].

Допустим, что внутри конденсатора на оси x в точке $x = 0$ находится постоянный электрический диполь с моментом $\boldsymbol{d}$, лежащим в плоскости xz. ИП момента импульса M_y относительно оси y для суммарного электрического поля точечного диполя и конденсатора к диполю через две плоскости $x = \pm l/2$ [1]

$$I_{M_y}^{\rm int} = -2\iint_{-\infty}^{\infty} z\sigma_{xx}^{\rm int}(l/2){\rm d}y{\rm d}z$$

$$= -\frac{3Edl\sin\varphi}{4\pi}\iint_{-\infty}^{\infty}\frac{z^2}{r^5}{\rm d}y{\rm d}z = -Ed\sin\varphi, \quad (18)$$

где φ – угол между осью x и вектором $\boldsymbol{d}$; $r = \sqrt{l^2/4 + y^2 + z^2}$. ИП момента импульса через произвольную замкнутую поверхность, ограничивающую диполь, равен (18). Он определяет взятый с обратным знаком момент сил, действующих на диполь, который является стоком для ИП момента импульса M_y.

Плотность момента импульса для полного поля в конденсаторе равна нулю, поэтому обмен моментом импульса осуществляется между диполем и заряженными пластинами конденсатора. Таким образом, постоянные электрические поля в конденсаторе с нулевыми плотностями импульса и момента импульса тем не менее создают интерференционные потоки импульса и момента импульса.

Интерференционная компонента энергии электрического поля в конденсаторе

$$W^{\rm int} = \frac{1}{4\pi}\int \boldsymbol{E}\boldsymbol{E}_d {\rm d}V$$

$$= \frac{Ed\cos\varphi}{4\pi}\iint_{-\infty}^{\infty}{\rm d}y{\rm d}z\int_{-l/2}^{l/2}\frac{3x^2-r^2}{r^5}{\rm d}x = -Ed\cos\varphi, \quad (19)$$

где $\boldsymbol{E}_d$ – электрическое поле диполя, есть потенциальная энергия диполя в электрическом поле конденсатора. Если диполь может свободно вращаться под действием момента сил M_{dy} вокруг оси y, то приращение его кинетической энергии, как видно из (18) и (19), равно уменьшению энергии $W^{\rm int}$.

Рассмотренные примеры показывают, что формирование и изменение интерференционной картины для постоянных электрических полей связаны либо с совершением работы по перемещению зарядов, либо со взаимным преобразованием энергии электрического поля и кинетической энергии зарядов.

4. Интерференция в процессах поглощения и вынужденного излучения атома

В 1972 г. экспериментально наблюдалось усиление света при его полном отражении от среды с инверсной населённостью атомов [4]. В связи с этим возникла необходимость обобщения законов вынужденного излучения атома на случай его взаимодействия с полем эванесцентных волн (9) и (10). Оказалось, что решение данной задачи возможно в рамках классической электродинамики с помощью ИП энергии и импульса без квантования эванесцентных волн [5, 6].

Рассмотрим сначала падение на атом, находящийся в вакууме, плоской монохроматической волны с частотой ω, которая распространяется по оси x и поляризована по оси z. Поле волны

$$\boldsymbol{E} = (0, 0, A)\exp[{\rm i}(kx - \omega t)],$$
$$\boldsymbol{H} = (0, -A, 0)\exp[{\rm i}(kx - \omega t)], \quad (20)$$

где A – комплексная амплитуда, индуцирует в атоме, расположенном в точке с координатами $x = y = z = 0$, электрический дипольный момент

$$\boldsymbol{d} = \alpha(\omega)\boldsymbol{E} = \boldsymbol{d}_0\exp(-{\rm i}\omega t), \quad (21)$$

где $\alpha(\omega) = \alpha'(\omega) + {\rm i}\alpha''(\omega)$ – поляризуемость атома; $\alpha'(\omega)$ и $\alpha''(\omega)$ – вещественные функции частоты ω; $d_0 = \alpha(\omega)A$ – комплексная амплитуда колебаний диполя вдоль оси z.

В сферической системе координат поле точечного диполя (21) представим следующим образом:

$$E_{dr} = 2\cos\theta\left(\frac{1}{k^2r^2} - \frac{\rm i}{kr}\right)\frac{k^2d_0}{r}\exp[{\rm i}(kr - \omega t)], \quad (22)$$

$$E_{d\theta} = \sin\theta\Big(\frac{1}{k^2r^2} - \frac{\mathrm{i}}{kr} - 1\Big)\frac{k^2 d_0}{r}\exp[\mathrm{i}(kr-\omega t)], \quad (23)$$

$$H_{d\varphi} = \sin\theta\Big(-\frac{\mathrm{i}}{kr} - 1\Big)\frac{k^2 d_0}{r}\exp[\mathrm{i}(kr-\omega t)]. \quad (24)$$

Здесь $E_{d\varphi} = H_{dr} = H_{d\theta} = 0$; $\boldsymbol{r}$ – радиус-вектор, проведённый от диполя в точку наблюдения; θ – угол между осью z и вектором $\boldsymbol{r}$; φ – угол между осью x и проекцией вектора $\boldsymbol{r}$ на плоскость xy.

Созданный полями волны и диполя ИП энергии, приходящий к атому через плоскость $x = x_1$,

$$I_w^{\mathrm{int}}(x_1) = \mathrm{Re}\iint_{-\infty}^{\infty} S_x^{\mathrm{int}}\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$= \frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\iint_{-\infty}^{\infty}(E_z H_{dy}^* + E_{dz}H_y^*)\mathrm{d}y\mathrm{d}z = -\frac{1}{2}\alpha''\omega|A|^2, \quad (25)$$

если $x_1 > 0$, и равен нулю, если $x_1 < 0$ [5]. Для поглощающего атома $\alpha'' > 0$, и отрицательный ИП энергии (25) вычитается из потока энергии волны (20). В случае возбуждённого атома $\alpha'' < 0$, и положительный ИП энергии (25), описывающий индуцированное излучение атома, добавляется к потоку энергии волны (20).

ИП энергии через произвольную замкнутую поверхность, ограничивающую атом, равен (25), поэтому поглощающий атом является для этого потока стоком, а возбуждённый атом – истоком. Такая «фокусировка» ИП энергии в точку нахождения атома обусловлена неограниченным ростом поля точечного диполя при $r \to 0$.

Для замкнутой поверхности любой площади отношение ИП энергии (25) для поглощающего атома к плотности потока энергии падающей волны (20), взятое с обратным знаком, есть эффективное сечение поглощения атома на частоте ω независимо от размера атома [7]. В общем случае эффективное сечение поглощения не определяет площадь основной локализации ИП энергии на замкнутой поверхности, которая зависит от формы и размеров этой поверхности.

ИП импульса p_x, приходящий к атому через плоскость $x = x_1$,

$$I_{p_x}^{\mathrm{int}}(x_1) = -\iint_{-\infty}^{\infty}\sigma_{xx}^{\mathrm{int}}\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$= \frac{1}{8\pi}\iint_{-\infty}^{\infty}(E_z E_{dz}^* + H_y H_{dy}^*)\mathrm{d}y\mathrm{d}z = -\frac{1}{2}\alpha'' k|A|^2, \quad (26)$$

если $x_1 > 0$, и равен нулю, если $x_1 < 0$ [6]. Поглощающий атом получает импульс $p_x > 0$, а возбуждённый атом при вынужденном излучении – импульс $p_x < 0$. Следовательно, для $I_{p_x}^{\mathrm{int}}$ поглощающий атом является стоком, а возбуждённый атом – истоком.

Из (20), (25) и (26) следуют равенства

$$\frac{I_w^{\mathrm{int}}}{I_{p_x}^{\mathrm{int}}} = \frac{S_x}{-\sigma_{xx}} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = c, \quad (27)$$

где S_x и $-\sigma_{xx}$ – плотности потоков соответственно энергии и импульса p_x в направление оси x для волны (20); $\hbar\omega$ и $\hbar k$ – соответственно энергия и импульс фотона волны (20). Таким образом, описание пространственной направленности процессов поглощения и вынужденного излучения атома методами классической электродинамики согласуется с результатами квантовой теории.

Рассмотрим взаимодействие атома с полем эванесцентной волны (9), возникающей при полном внутреннем отражении на поверхности $y = 0$ раздела вакуум ($y > 0$) – прозрачная среда ($y < 0$). Пусть атом находится в точке с координатами $x = 0$, $y = l$, $z = 0$. ИП энергии, импульса p_x, параллельного поверхности раздела двух сред, и импульса p_y, перпендикулярного к поверхности раздела двух сред, через плоскость $y = y_1$ имеют вид

$$I_w^{\mathrm{int}} = -\frac{1}{2}\alpha''\omega|A|^2\exp(-2hl), \quad (28)$$

$$I_{p_x}^{\mathrm{int}} = -\frac{1}{2}\alpha'' k_x|A|^2\exp(-2hl), \quad (29)$$

$$I_{p_y}^{\mathrm{int}} = \frac{1}{2}\alpha' h|A|^2\exp(-2hl), \quad (30)$$

если $0 < y_1 < l$, и равны нулю, если $y_1 > l$ [5, 6].

Для поглощающего атома ИП энергии направлен по оси y от поверхности раздела двух сред к атому, получающему энергию от падающей на эту поверхность волны. Для возбуждённого атома ИП энергии направлен по оси y от атома к поверхности раздела двух сред и усиливает отражённую волну за счёт вынужденного излучения атома. В отличие от случая волны (20) теперь перенос энергии осуществляется перпендикулярно к направлению распространения эванесцентной волны и переносимому импульсу p_x.

ИП импульса p_y не зависит от α'' и определяет усреднённую по времени градиентную силу, действующую на индуцированный диполь в переменном электромагнитном поле, амплитуда которого зависит от координат [8].

Согласно (9), (28) и (29),

$$\frac{I_w^{\mathrm{int}}}{I_{p_x}^{\mathrm{int}}} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k_x} \neq \frac{S_x}{-\sigma_{xx}} = \frac{ck_x}{k}, \quad (31)$$

где S_x и $-\sigma_{xx}$ – плотности потоков соответственно энергии и импульса p_x в направлении оси x для эванесцентной волны. Из (28), (29) и (31) видно, что энергию и импульс p_x атом получает от падающей на поверхность раздела двух сред волны, а эванесцентная волна лишь обеспечивает их перенос к атому.

Расчёт и измерения импульса, полученного поглощающим атомом, который движется в направлении распространения эванесцентной волны и взаимодействует с её полем, были выполнены в [9]. В предельном случае нулевой скорости атома результаты работы [9] согласуются с соотношениями (31).

В суперпозиции эванесцентных волн (9) и (10) возникает ИП момента импульса через плоскость $y = y_1$, который при условии $A_2 = \pm\mathrm{i}A$ описывается формулами

$$\frac{I_{M_x}^{\mathrm{int}}}{I_w^{\mathrm{int}}} = \pm\frac{k}{k_x\omega}, \quad I_{M_y}^{\mathrm{int}} = 0, \quad \frac{I_{M_z}^{\mathrm{int}}}{I_w^{\mathrm{int}}} = -\frac{h}{k_x\omega}, \quad (32)$$

если $l < y_1 < 0$. При $y_1 > l$ все ИП момента импульса равны нулю [6]. ИП энергии, импульса и момента импульса, рассчитанные для случая взаимодействия атома с плоской монохроматической волной эллиптической поляризации, приведены в [6].

5. ИП энергии и импульса между атомами

Пусть в вакууме на оси x в точках $x_1 = -l/2$ и $x_2 = l/2$ расположены два одинаковых атома. Первый атом возбуждён и спонтанно излучает на частоте ω как точечный электрический диполь $\boldsymbol{d}_1$, совершающий колебания по оси z с комплексной амплитудой d_{10}. В невозбуждённом втором атоме электрическое поле E_{1z} диполя $\boldsymbol{d}_1$ индуцирует дипольный момент

$$d_{2z} = \alpha E_{1z} = -\alpha \frac{k^2 d_{10}}{l}$$

$$\times \left(\frac{1}{k^2 l^2} - \frac{\mathrm{i}}{kl} - 1\right) \exp[\mathrm{i}(kl - \omega t)] = d_{20} \exp(-\mathrm{i}\omega t), \quad (33)$$

где α – комплексная поляризуемость атома; d_{20} – комплексная амплитуда колебаний диполя $\boldsymbol{d}_2$.

Мощность излучения, поглощаемого диполем $\boldsymbol{d}_2$, равна работе, совершаемой в единицу времени полем E_{1z} над диполем $\boldsymbol{d}_2$,

$$N_2 = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\dot{d}_{2z} E_{1z}^*) = \frac{1}{2}\alpha'' \omega |d_{10}|^2 \left(\frac{1}{l^6} - \frac{k^2}{l^4} + \frac{k^4}{l^2}\right), \qquad (34)$$

где точка над буквой обозначает производную по времени.

ИП энергии к невозбуждённому атому через плоскости $x = x_1 = 0$ и $x = x_2 > l/2$

$$I_w^{\mathrm{int}}(0) = \frac{1}{2}\omega\left(\frac{1}{l^3} - \frac{k^2}{2l}\right)\mathrm{Re}(\mathrm{i} d_{10} d_{20}^*) \qquad (35)$$

и

$$I_w^{\mathrm{int}}(x_2) = -N_2 - I_w^{\mathrm{int}}(0) \qquad (36)$$

суммарно равны ИП энергии через произвольную замкнутую поверхность, ограничивающую невозбуждённый атом, и определяют мощность излучения, поглощаемого этим атомом, взятую с обратным знаком. Данный частный результат согласуется с результатами более общих расчётов, выполненных в [10].

В формировании полного ИП энергии участвуют все компоненты электромагнитного поля (22)–(24) диполя. Если расстояние l между атомами мало и $kl \ll 1$, ИП энергии к невозбуждённому атому локализован на плоскости $x = 0$,

$$I_w^{\mathrm{int}}(0) = -\frac{1}{2}\alpha''\omega \frac{|d_{10}|^2}{l^6}, \quad I_w^{\mathrm{int}}(x_2) = 0, \qquad (37)$$

и описывает безызлучательный перенос энергии от возбуждённого атома к невозбуждённому [11]. Этот поток энергии возникает благодаря интерференции реактивных (неизлучательных) компонент ближнего поля диполей, не дающих вклада в излучение диполя. Безызлучательный перенос энергии можно рассматривать как результат самовоздействия возбуждённого атома посредством ближнего поля индуцированного диполя $\boldsymbol{d}_2$. Действительно, работа, производимая ближним полем $E_{2z} \approx d_{20}/l^3$ индуцированного диполя над диполем $\boldsymbol{d}_1$ в единицу времени, равна $I_w^{\mathrm{int}}(0)$ из (37).

Усреднённая по времени сила, с которой поле диполя $\boldsymbol{d}_1$ действует на индуцированный диполь $\boldsymbol{d}_2$, направлена по оси x и описывается формулой [8]

$$F_x = \frac{1}{4}\alpha' \frac{\partial |\boldsymbol{E}_1|^2}{\partial x} + \alpha'' k |d_{10}|^2 \left(-\frac{k^2}{l^4} + \frac{k^4}{l^2}\right). \qquad (38)$$

Первое слагаемое в правой части (38) – градиентная сила, не связанная с поглощением атома. При $kl \ll 1$ это слагаемое является усреднённой по времени силой $F_x = -3\alpha' |d_{10}|^2/(2l^7)$, которая описывает притяжение двух диполей, совершающих в противофазе гармонические колебания вдоль оси z. Из (38) следует, что при безызлучательном переносе энергии и вынужденном излучении второго атома, если $kl \ll 1$, импульс атома не меняется.

ИП импульса p_x через произвольную замкнутую поверхность, ограничивающую невозбуждённый атом, равен сумме ИП импульса p_x к этому атому через плоскость $x = x_1 = 0$,

$$I_{p_x}^{\mathrm{int}}(0) = \left(-\frac{3}{2l^4} + \frac{k^2}{l^2}\right)\mathrm{Re}(\mathrm{i} d_{10} d_{20}^*), \qquad (39)$$

и через плоскость $x = x_2 > l/2$,

$$I_{p_x}^{\mathrm{int}}(x_2) = -F_x - I_{p_x}^{\mathrm{int}}(0). \qquad (40)$$

Он определяет взятую с обратным знаком силу (38).

Если расстояние l между атомами велико ($kl \gg 1$), то для ИП энергии и импульса p_x через произвольную замкнутую поверхность, окружающую второй атом, справедливы равенства

$$\frac{I_w^{\mathrm{int}}}{I_{p_x}^{\mathrm{int}}} = \frac{S_r(\boldsymbol{r})}{-\sigma_{rr}(\boldsymbol{r})} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = c, \qquad (41)$$

аналогичные равенствам (27) для волны (20). Здесь $S_r(\boldsymbol{r})$ и $-\sigma_{rr}(\boldsymbol{r})$ – плотности потоков соответственно энергии и радиального импульса p_r излучения диполя $\boldsymbol{d}_1$ в направлении радиус-вектора $\boldsymbol{r}$, проведённого от этого диполя в точку наблюдения.

Если считать, что мощность излучения первого диполя уменьшается со временем по экспоненциальному закону (случай слабого затухания), то величины ИП энергии и импульса уменьшаются со временем по такому же закону. В результате пространственная структура данных ИП и их отношение (41) сохраняются неизменными во все моменты времени.

6. Поглощение и вынужденное излучение атома без импульса отдачи

Анализ безызлучательного переноса энергии показал, что импульс атома, взаимодействующего только с реактивными компонентами электромагнитного поля, не меняется в процессе его поглощения или вынужденного излучения. Здесь рассматривается другой пример такого взаимодействия. Допустим, что прозрачная среда с отрицательной диэлектрической проницаемостью ε_{d} и магнитной проницаемостью, равной 1, занимает полупространство $y > 0$ и на плоскости $y = 0$ граничит с вакуумом. Из вакуума на поверхность раздела двух сред вдоль нормали падает плоская монохроматическая волна с частотой ω, поляризованная по оси z. Эта волна создаёт в отражающей среде преломлённую волну

$$E_z = A\exp(-hy - \mathrm{i}\omega t), \quad H_x = \mathrm{i}\frac{h}{k}A\exp(-hy - \mathrm{i}\omega t), \qquad (42)$$

где A – комплексная амплитуда; $h = \sqrt{|\varepsilon_\mathrm{d}|}\omega/c$.

Атом, находящийся в среде в точке с координатами $x = 0$, $y = l$, $z = 0$, под действием электрического поля E_z преломлённой волны приобретает дипольный момент $\boldsymbol{d}$, совершающий колебания на частоте ω вдоль оси z,

$$d_z = \alpha E_z = \alpha A\exp(-hy - \mathrm{i}\omega t), \qquad (43)$$

где $\alpha(\omega)$ – комплексная поляризуемость атома. Поле точечного диполя (43) описывается формулами (22)–(24), где необходимо положить $k = \mathrm{i}h$. Поля преломлённой волны и индуцированного диполя являются реактивными и взятые по отдельности не переносят ни энергию, ни импульс. Тем не менее при суперпозиции этих полей возникают ИП энергии и импульса. ИП энергии к атому через плоскость $y = y_1$

$$I_w^{\mathrm{int}} = -\iint_{-\infty}^{\infty} S_y^{\mathrm{int}}\mathrm{d}x\mathrm{d}z = -\frac{1}{2}\alpha''\omega|A|^2\exp(-2hl), \qquad (44)$$

если $0 < y_1 < l$, и равен нулю, если $y_1 > l$ [8]. В случае поглощающего атома поток энергии направлен от поверхности раздела двух сред, т.е. от падающей волны, к атому. Для возбуждённого атома поток энергии направлен от атома к поверхности раздела двух сред и усиливает отражённую волну за счёт вынужденного излучения атома.

ИП импульса к атому через плоскость $y = y_1$ отличен от нуля только для p_y,

$$I_{p_y}^{\mathrm{int}} = -\iint_{-\infty}^{\infty} \sigma_{yy}^{\mathrm{int}}\mathrm{d}x\mathrm{d}z = \frac{1}{2}\alpha' h|A|^2\exp(-2hl), \qquad (45)$$

если $0 < y_1 < l$, и равен нулю, если $y_1 > l$ [8]. Выражение (45) описывает усреднённую по времени градиентную силу, действующую на индуцированный диполь. Это сила взаимодействия индуцированного диполя с поверхностными поляризационными зарядами среды. Она не имеет никакого отношения ни к поглощению атома, ни к его вынужденному излучению. Таким образом, поглощение и вынужденное излучение атома происходят без изменения импульса атома. В этом случае можно говорить об оптическом аналоге эффекта Мёссбауэра, поскольку соответствующие импульсы от падающей и отражённой волн получает среда, в которой находится атом. Физическая природа данного эффекта связана с особенностью переноса энергии и импульса реактивными электромагнитными полями. Для реактивных полей усреднённая по времени плотность импульса равна нулю, поэтому они, как и постоянные электрические поля, могут переносить импульс только между зарядами.

7. Интерференция полей теплового излучения и нулевых колебаний

Рассмотрим равновесное излучение в виде суперпозиции классического теплового поля и квантового поля нулевых колебаний, которое описывается как хаотическое поле. Здесь эта модель равновесного излучения используется для вывода формулы Планка на основе интерференции полей теплового излучения и нулевых колебаний [12, 13].

Пусть мода равновесного излучения с частотой ω и заданной поляризацией представляет собой суперпозицию статистически независимых хаотических полей теплового излучения при температуре T и нулевых колебаний, не зависящих от температуры. Средняя энергия моды

$$\langle\varepsilon\rangle = \langle\varepsilon_T\rangle + \langle\varepsilon_0\rangle, \qquad (46)$$

где $\langle\varepsilon_T\rangle$ – средняя энергия теплового поля; $\langle\varepsilon_0\rangle$ – средняя энергия поля нулевых колебаний.

Используя известные свойства классического теплового излучения и нулевых колебаний, можно доказать, что дисперсия энергии моды [12, 13]

$$D_2(\varepsilon) = \langle\varepsilon^2\rangle - \langle\varepsilon\rangle^2 = \langle\varepsilon_T\rangle^2 + 2\langle\varepsilon_0\rangle\langle\varepsilon_T\rangle. \qquad (47)$$

При выводе (47) учтено, что

$$D_2(\varepsilon_T) = \langle\varepsilon_T\rangle^2, \quad D_2(\varepsilon_0) = 0. \qquad (48)$$

Второе слагаемое в правой части равенства (47) описывает интерференцию четвёртого порядка по полю между тепловым излучением и нулевыми колебаниями.

Применение законов термодинамики к равновесному излучению даёт формулу для средней энергии, выражающую закон Вина [14]:

$$\langle\varepsilon\rangle = \omega f(\beta\omega), \qquad (49)$$

где f – неизвестная функция; $\beta = 1/(k_\mathrm{B}T)$; k_B – постоянная Больцмана. Флуктуации энергии моды при фиксированном объёме подчиняются уравнению

$$D_2(\varepsilon) = -\frac{\mathrm{d}\langle\varepsilon\rangle}{\mathrm{d}\beta}. \qquad (50)$$

Применяя (48)–(50) по отдельности к тепловому полю и полю нулевых колебаний, получаем

$$\langle\varepsilon_T\rangle = \frac{1}{\beta} = k_\mathrm{B}T, \quad \langle\varepsilon_0\rangle = \omega f(\infty). \qquad (51)$$

Для суперпозиции полей решение уравнения (50) при использовании (47) и условия $\langle\varepsilon_T(\infty,\omega)\rangle = 0$ запишется в виде [12, 13]

$$\langle\varepsilon_T\rangle = \frac{2\langle\varepsilon_0\rangle}{\exp(2\beta\langle\varepsilon_0\rangle) - 1}. \qquad (52)$$

Подставляя (52) в (46) и полагая $f(\infty) = \hbar/2$, приходим к формуле Планка для средней энергии одной моды равновесного излучения

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{\hbar\omega}{\exp[\hbar\omega/(k_\mathrm{B}T)] - 1} + \frac{1}{2}\hbar\omega. \qquad (53)$$

Данный волновой вывод формулы Планка не является строгим, поскольку постулируется существование нулевых колебаний с определёнными статистическими свойствами. Он лишь демонстрирует, что, как и в случае ИП, суперпозиция линейных полей может благодаря интерференции приобретать качественно новые свойства, отсутствующие у интерферирующих полей. Сравнение формул (51) и (52) это наглядно показывает, поскольку суперпозиция полей меняет статистические свойства теплового излучения.

8. Заключение

В классической электродинамике интерференция обеспечивает выполнение законов сохранения при взаимодействии зарядов с электромагнитным полем. Распределённые непрерывно в пространстве ИП энергии, импульса и момента импульса служат эффективным средством для анализа формирования интерференционной картины и процессов взаимодействия электрических зарядов с электромагнитным полем. Они позволяют выявить многофункциональность интерференции и описать качественно новые и неочевидные свойства суперпозиции как постоянных, так и переменных во времени полей.

С помощью ИП возможен пространственный анализ элементарных актов поглощения и излучения атомов, взаимодействующих с электромагнитными волнами любой пространственной структуры, включая эванесцентные волны и реактивные поля. При этом нет необходимости в квантовании данных полей, что имеет большое значение для ближних полей, широко используемых в нанооптике и плазмонике.

Рассмотренные в работе интерференционные эффекты показывают, что интерференция является механизмом формирования качественно новых свойств в линейной системе электромагнитных полей, при котором совокупность этих полей описывается на более высоком уровне, когда не выполняется принцип суперпозиции и система перестает быть линейной. В этом случае можно говорить не столько о простом сложении элементов, сколько об их синтезе.

Работа посвящена светлой памяти проф. Г.В.Скроцкого (1915–1992), чьё неизменное восхищение явлением интерференции служило стимулом для нашей работы.

1. Колоколов А.А. *Развитие классической теории интерференции электромагнитных полей* (LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016).
2. Федоров Ф.И. *ДАН СССР*, **105**, 465 (1955).
3. Гайдуков Г.Н., Абрамов А.А. *УФН*, **178**, 171 (2008) [*Phys. Usp*., **51**, 163 (2008)].
4. Коган Б.Я., Волков В.М., Лебедев С.А. *Письма в ЖЭТФ*, **16**, 144 (1972) [*JETP Lett.*, **16**, 100 (1972)].
5. Колоколов А.А. *Оптика и спектроскопия,* **47**, 558 (1979).
6. Коваленко А.П., Колоколов А.А. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **25**, 401 (1982) [*Radiophys. Quantum Electron.*, **25**, 283 (1982)].
7. Пауль Х., Фишер Р. *УФН*, **141**, 375 (1983) [*Sov. Phys. Usp*., **26**, 923 (1983)].
8. Колоколов А.А. *Квантовая электроника*, **46** (1), 73 (2016) [*Quantum Electron*., **46** (1), 73 (2016)].
9. Huard S., Imbert Ch. *Opt. Commun*., **24**, 185 (1978).
10. Афанасьев С.А., Семенцов Д.И. *УФН*, **178**, 377 (2008) [*Phys. Usp*., **51**, 355 (2008)].
11. Колоколов А.А., Скроцкий Г.В. *УФН*, **162**, 165 (1992) [*Sov. Phys. Usp*., **35**, 1089 (1992)].
12. Колоколов А.А., Скроцкий Г.В. *Оптика и спектроскопия*, **35**, 393 (1973).
13. Колоколов А.А., Скроцкий Г.В. *Изв. вузов. Сер. Физика*, **6**, 39 (1973).
14. Борн М. *УФН*, **59**, 119 (1956).