Многоволновая генерация стоксовых компонент излучения с малым межволновым интервалом при вынужденном комбинационном рассеянии в кристалле $SrMoO_4$

С.Н.Сметанин, Д.П.Терещенко, А.Г.Папашвили, Е.В.Шашков, Е.А.Пеганов, К.А.Губина, В.Е.Шукшин, С.А.Солохин, М.Н.Ершков, Е.Э.Дунаева, И.С.Воронина, Л.И.Ивлева

Проведены теоретические и экспериментальные исследования условий обеспечения генерации множества компонент излучения с малым межволновым интервалом в кристаллическом ВКР-лазере с синхронной накачкой при комбинированном сдвиге частоты на высоко- и низкочастотной колебательных модах ВКР-активного кристалла. Теоретический анализ показал существенную роль четырехволновых комбинационно-параметрических взаимодействий на низкочастотной колебательной моде кристалла при выполнении условий когерентности и нелинейного захвата фаз таких взаимодействий. Впервые экспериментально реализована ВКР-генерация на пяти близкорасположенных длинах волн 1194, 1242, 1294, 1336 и 1396 нм в кристалле $SrMoO_4$ под действием синхронной накачки пикосекундным $YAlO_3:Nd^{3+}$-лазером на длине волны 1079 нм с высокой интенсивностью, удовлетворяющей условию нелинейного захвата фаз.

Ключевые слова: *вынужденное комбинационное рассеяние, первичная и вторичная колебательные моды кристалла, спектрально-уплотненная многоволновая генерация.*

1. Введение

В настоящее время многоволновые источники излучения с малым межволновым интервалом становятся все более востребованными благодаря развитию микроэлектроники, оптической связи, физики, химии и биомедицины. Основная область их применения на сегодняшний день – спектральное уплотнение каналов оптической связи. Основные направления исследований в мире – создание таких излучателей на основе полупроводниковой [1] и оптоволоконной [2] квантовой электроники. Однако в задачах силового лазерного воздействия приходится использовать твердотельные лазерные источники для преодоления проблемы оптического пробоя активной среды. В области твердотельной квантовой электроники многоволновая генерация может быть осуществлена путем вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) в кристаллах (см., напр., [3]), но ВКР-преобразование частоты лазерного излучения обычно осуществляется с большим сдвигом частоты на наиболее интенсивной высокочастотной колебательной моде кристалла. Участие вторичных низкочастотных колебательных мод может обеспечить уменьшение межволнового интервала между генерируемыми компонентами ВКР-излучения. Такая многоволновая генерация с малым межволновым интервалом впервые осуществлена в кристалле $BaWO_4$ при наносекундном ВКР с комбинированным сдвигом частоты одновременно на высокочастотной и низкочастотной колебательных модах [4]. Была получена генерация на четырех длинах волн (554, 564, 575 и 583 нм) в видимом спектральном диапазоне при накачке второй гармоникой неодимового лазера с длиной волны 527 нм. Позже подобные работы были выполнены при использовании ВКР на двух колебательных модах кристаллов $KGd(WO_4)_2$ [5], $GdVO_4$ [6] и YVO_4 [7]. Недавно проведена серия работ по синхронно-накачиваемому ВКР на комбинированных колебательных модах в различных кристаллах при накачке с длиной волны 1063 нм [8–10], обеспечивающей многоволновую генерацию в ближнем ИК диапазоне, что более актуально для телекоммуникационных приложений. Было показано, что использование нестационарного режима ВКР под действием синхронной пикосекундной накачки позволило повысить эффективность многоволновой ВКР-генерации на комбинированных колебательных модах. Так, в работе [8] осуществлена ВКР-генерация в кристалле $SrWO_4$ на четырех близко расположенных длинах волн (1178, 1227, 1279 и 1321 нм) при различных комбинациях высокочастотного и низкочастотного сдвигов. Это объяснялось тем, что в нестационарном режиме ВКР-генерации эффективность определяется интегральным сечением комбинационного рассеяния света, которое имеет близкие значения для первой (полносимметричной) и второй (деформационной) колебательных мод в тетрагональных кристаллах благодаря тому, что вторая (менее интенсивная) мода является спектрально широкой.

Настоящая работа посвящена поиску условий эффективной ВКР-генерации большого числа спектрально-уплотненных стоксовых компонент излучения на комбинированных колебательных модах. Проведено теоретическое исследование, указывающее на существенную роль четырехволновых комбинационно-параметрических вза-

С.Н.Сметанин, Д.П.Терещенко, А.Г.Папашвили, Е.В.Шашков, Е.А.Пеганов, В.Е.Шукшин, Е.Э.Дунаева, И.С.Воронина, Л.И.Ивлева. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: ssmetanin@bk.ru
К.А.Губина. Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Россия, 119049 Москва, Ленинский просп., 4/1
С.А.Солохин, М.Н.Ершков. Ковровская государственная технологическая академия им. В.А.Дегтярева, Россия, 601910 Владимирская обл., Ковров, ул. Маяковского, 19

Поступила в редакцию 17 октября 2022 г., после доработки – 24 марта 2023 г.

имодействий на низкочастотной колебательной моде ВКР-активного кристалла. Впервые экспериментально реализована ВКР-генерация на пяти близкорасположенных длинах волн (1194, 1242, 1294, 1336 и 1396 нм) в кристалле $SrMoO_4$ под действием высокоинтенсивной синхронной накачки пикосекундным $YAlO_3:Nd^{3+}$-лазером с длиной волны 1079 нм.

2. Теория

Взаимодействие излучения с двумя колебательными модами ВКР-активного кристалла может быть описано следующим образом:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(\varepsilon E)}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c^2}N_1\frac{\partial\alpha}{\partial Q_1}\frac{\partial^2(Q_1E)}{\partial t^2}+\frac{4\pi}{c^2}N_2\frac{\partial\alpha}{\partial Q_2}\frac{\partial^2(Q_2E)}{\partial t^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 Q_1}{\partial t^2}+\frac{2}{\tau_1}\frac{\partial Q_1}{\partial t}+\Omega_1^2Q_1=\frac{1}{2m_1}\frac{\partial\alpha}{\partial Q_1}E^2, \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 Q_2}{\partial t^2}+\frac{2}{\tau_2}\frac{\partial Q_2}{\partial t}+\Omega_2^2Q_2=\frac{1}{2m_2}\frac{\partial\alpha}{\partial Q_2}E^2, \tag{3}$$

где Q_1 и Q_2 – амплитуды первого и второго колебания соответственно (например, первое колебание – полносимметричная мода внутренних колебаний анионной группы шеелитоподобного кристалла, а второе – деформационная мода внутренних колебаний той же анионной группы); $\Omega_{1,2}=2\pi\nu_{1,2}c$ – центральная циклическая частота первой и второй колебательных мод ($\Omega_1>\Omega_2$); $\nu_{1,2}$ и $\tau_{1,2}$ – волновое число и время дефазировки первой и второй колебательных мод; $m_{1,2}$ и $N_{1,2}$ – эффективная масса и концентрация колеблющихся частиц, участвующих в первом и втором колебаниях; $\partial\alpha/\partial Q_{1,2}$ – коэффициент изменения поляризуемости среды под действием первого и второго колебания; c – скорость света в вакууме. Модель (1)–(3) отличается от классической модели ВКР [11] наличием дополнительного материального уравнения (3) для вынужденного колебания кристалла на второй колебательной моде, а также дополнительного (последнего) слагаемого в волновом уравнении (1), которое учитывает это дополнительное колебание.

Полагаем, что ВКР-активный кристалл помещен в оптический резонатор, добротный в области спектра, содержащей не только первую стоксову компоненту ВКР-излучения с высокочастотным сдвигом (Ω_1), но и две следующие (вторую и третью) стоксовы компоненты с дополнительным низкочастотным сдвигом (Ω_2). Пусть индекс p обозначает волну накачки с частотой ω_p и длиной волны λ_p, индекс S – первую стоксову компоненту ВКР-излучения с высокочастотным сдвигом (частота $\omega_S=\omega_p-\Omega_1$, длина волны $\lambda_S=(\lambda_p^{-1}-\nu_1)^{-1}$), индекс Ss – вторую стоксову компоненту с дополнительным низкочастотным сдвигом (частота $\omega_{Ss}=\omega_S-\Omega_2$, длина волны $\lambda_{Ss}=(\lambda_S^{-1}-\nu_2)^{-1}$), индекс Sss – третью стоксову компоненту с еще одним дополнительным низкочастотным сдвигом (частота $\omega_{Sss}=\omega_{Ss}-\Omega_2$, длина волны $\lambda_{Sss}=(\lambda_{Ss}^{-1}-\nu_2)^{-1}$). Тогда в приближении медленно меняющихся амплитуд световое поле и амплитуды колебаний среды можно записать как

$$E=\tfrac{1}{2}E_p\exp(i\omega_pt-ik_pz)+\tfrac{1}{2}E_S\exp(i\omega_St-ik_Sz)+\tfrac{1}{2}E_{Ss}\exp(i\omega_{Ss}t-ik_{Ss}z)+\tfrac{1}{2}E_{Sss}\exp(i\omega_{Sss}t-ik_{Sss}z)+\text{c.c.}, \tag{4}$$

$$Q_1=\tfrac{1}{2}q_1\exp[i\Omega_1t-i(k_p-k_S)z]+\text{c.c.}, \tag{5}$$

$$Q_2=\tfrac{1}{2}q_2\exp[i\Omega_2t-i(k_S-k_{Ss})z]+\text{c.c.}, \tag{6}$$

где E_j, ω_j и k_j – медленно меняющаяся амплитуда, частота и волновое число для каждой из компонент излучения (j = p, S, Ss, Sss); q_1 и q_2 – медленно меняющиеся амплитуды первого и второго колебаний среды.

Подстановка выражений (4)–(6) в волновое уравнение (1) дает систему укороченных волновых уравнений для каждой из представленных компонент излучения:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial E_p}{\partial z}+\frac{1}{u_p}\frac{\partial E_p}{\partial t}=-i\frac{\pi\omega_p}{n_pc}N_1\frac{\partial\alpha}{\partial Q_1}E_Sq_1-\frac{\beta}{2}E_p,\\
&\frac{\partial E_S}{\partial z}+\frac{1}{u_S}\frac{\partial E_S}{\partial t}=-i\frac{\pi\omega_S}{n_Sc}N_1\frac{\partial\alpha}{\partial Q_1}E_pq_1^*-i\frac{\pi\omega_S}{n_Sc}N_2\frac{\partial\alpha}{\partial Q_2}E_{Ss}q_2-\frac{\beta}{2}E_S,\\
&\frac{\partial E_{Ss}}{\partial z}+\frac{1}{u_{Ss}}\frac{\partial E_{Ss}}{\partial t}=-i\frac{\pi\omega_{Ss}}{n_{Ss}c}N_2\frac{\partial\alpha}{\partial Q_2}E_Sq_2^*-i\frac{\pi\omega_{Ss}}{n_{Ss}c}N_2\frac{\partial\alpha}{\partial Q_2}E_{Sss}q_2\exp(-i\Delta k_2z)-\frac{\beta}{2}E_{Ss},\\
&\frac{\partial E_{Sss}}{\partial z}+\frac{1}{u_{Sss}}\frac{\partial E_{Sss}}{\partial t}=-i\frac{\pi\omega_{Sss}}{n_{Sss}c}N_2\frac{\partial\alpha}{\partial Q_2}E_{Ss}q_2^*\exp(i\Delta k_2z)-\frac{\beta}{2}E_{Sss},
\end{aligned} \tag{7}$$

где u_j – групповая скорость распространения j-й компоненты излучения; n_j – показатель преломления j-й компоненты излучения; $\Delta k_2=k_S+k_{Sss}-2k_{Ss}$ – волновая расстройка параметрической четырехволновой связи компонент ВКР-излучения с низкочастотным относительным сдвигом. В уравнения системы (7) формально введено последнее слагаемое, описывающее линейные потери в среде с коэффициентом вредных потерь β. Подстановка выражений (4)–(6) в материальные уравнения (2) и (3) дает укороченные материальные уравнения первого и второго колебаний ВКР-активного кристалла:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial q_1}{\partial t}+\frac{1}{\tau_1}q_1=-i\frac{1}{4m_1\Omega_1}\frac{\partial\alpha}{\partial Q_1}E_pE_S^*,\\
&\frac{\partial q_2}{\partial t}+\frac{1}{\tau_2}q_2=-i\frac{1}{4m_2\Omega_2}\frac{\partial\alpha}{\partial Q_2}[E_SE_{Ss}^*+E_{Ss}E_{Sss}^*\exp(i\Delta k_2z)].
\end{aligned} \tag{8}$$

В стационарном приближении ($\partial q_{1,2}/\partial t=0$) находятся выражения для коэффициентов стационарного ВКР-усиления стоксовых компонент ВКР-излучения на первой и второй колебательных модах (по интенсивности излучения)

$$\begin{aligned}
g_1&=\frac{4\pi^2\omega_SN_1\tau_1}{m_1\Omega_1c^2n_Sn_p}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\Omega_1}\right)^2,\\
g_2&=\frac{4\pi^2\omega_{Ss}N_2\tau_2}{m_2\Omega_2c^2n_{Ss}n_S}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\Omega_2}\right)^2,
\end{aligned} \tag{9}$$

которые являются экспериментально измеряемыми характеристиками.

Запишем систему уравнений (7), (8) через экспериментально измеряемые характеристики. Для этого введем модифицированные амплитуды колебаний подобно тому, как это сделано в работе [12]:

$$\bar{q}_1 = q_1 \frac{m_1 \Omega_1 c^2 n_\mathrm{p} n_\mathrm{S}}{4\omega_\mathrm{S} \partial\alpha/\partial Q_1}, \qquad \bar{q}_2 = q_2 \frac{m_2 \Omega_2 c^2 n_\mathrm{S} n_\mathrm{Ss} n_\mathrm{Sss}}{4\omega_\mathrm{Ss} \partial\alpha/\partial Q_2}. \tag{10}$$

В результате получаем окончательную модель. Система волновых уравнений:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial E_\mathrm{p}}{\partial z} + \frac{1}{u_\mathrm{p}}\frac{\partial E_\mathrm{p}}{\partial t} = -\mathrm{i} g_1 \Delta\nu_1 \frac{\omega_\mathrm{p}}{n_\mathrm{p}} E_\mathrm{S} \bar{q}_1 - \frac{\beta}{2} E_\mathrm{p},\\
&\frac{\partial E_\mathrm{S}}{\partial z} + \frac{1}{u_\mathrm{S}}\frac{\partial E_\mathrm{S}}{\partial t} = -\mathrm{i} g_1 \Delta\nu_1 \frac{\omega_\mathrm{S}}{n_\mathrm{S}} E_\mathrm{p} \bar{q}_1^*\\
&\quad - \mathrm{i} g_2 \Delta\nu_2 \frac{\omega_\mathrm{S}}{n_\mathrm{S} n_\mathrm{Ss}} E_\mathrm{Ss} \bar{q}_2 - \frac{\beta}{2} E_\mathrm{S},\\
&\frac{\partial E_\mathrm{Ss}}{\partial z} + \frac{1}{u_\mathrm{Ss}}\frac{\partial E_\mathrm{Ss}}{\partial t} = -\mathrm{i} g_2 \Delta\nu_2 \frac{\omega_\mathrm{Ss}}{n_\mathrm{Ss} n_\mathrm{Sss}} E_\mathrm{S} \bar{q}_2^*\\
&\quad - \mathrm{i} g_2 \Delta\nu_2 \frac{\omega_\mathrm{Ss}}{n_\mathrm{Ss} n_\mathrm{Sss}} E_\mathrm{Sss} \bar{q}_2 \exp(-\mathrm{i}\Delta k_2 z) - \frac{\beta}{2} E_\mathrm{Ss},\\
&\frac{\partial E_\mathrm{Sss}}{\partial z} + \frac{1}{u_\mathrm{Sss}}\frac{\partial E_\mathrm{Sss}}{\partial t} = -\mathrm{i} g_2 \Delta\nu_2 \frac{\omega_\mathrm{Sss}}{n_\mathrm{Sss}^2} E_\mathrm{Ss} \bar{q}_2^* \exp(\mathrm{i}\Delta k_2 z) - \frac{\beta}{2} E_\mathrm{Sss},
\end{aligned} \tag{11}$$

где $\Delta\nu_{1,2} = 1/(\pi c \tau_{1,2})$ – ширина линии первой и второй колебательной моды соответственно (в $\mathrm{см}^{-1}$). Система материальных уравнений:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \bar{q}_1}{\partial t} + \frac{1}{\tau_1}\bar{q}_1 = -\mathrm{i}\frac{c^2 n_\mathrm{p} n_\mathrm{S}}{16\omega_\mathrm{S}} E_\mathrm{p} E_\mathrm{S}^*,\\
&\frac{\partial \bar{q}_2}{\partial t} + \frac{1}{\tau_2}\bar{q}_2 = -\mathrm{i}\frac{c^2 n_\mathrm{S} n_\mathrm{Ss} n_\mathrm{Sss}}{16\omega_\mathrm{Ss}} [E_\mathrm{S} E_\mathrm{Ss}^* + E_\mathrm{Ss} E_\mathrm{Sss}^* \exp(\mathrm{i}\Delta k_2 z)].
\end{aligned} \tag{12}$$

Как показал анализ уравнений (11), (12), в стационарном режиме, согласно выражению (9), ВКР-усиление определяется коэффициентами $g_{1,2}$, поэтому при стационарном ВКР вторая колебательная мода проигрывает конкуренцию первой моде, поскольку $g_2 < g_1$. В существенно нестационарном режиме, когда можно пренебречь вторым слагаемым в левой части уравнений (12), ВКР-усиление на обеих колебательных модах зависит от характеристического параметра $g_{1,2}\Delta\nu_{1,2}$, поэтому для ВКР на комбинированных колебательных модах необходимо выбрать кристалл, для которого $g_2\Delta\nu_2$ является близким к $g_1\Delta\nu_1$ (другими словами, интегральные сечения для первой и второй колебательных мод примерно равны).

Для данной задачи нам подходят тетрагональные кристаллы, в частности шеелитоподобные кристаллы, для которых $g_2\Delta\nu_2 \approx g_1\Delta\nu_1$, благодаря $\Delta\nu_2 > \Delta\nu_1$ [8, 13]. В качестве объекта исследований мы выбрали кристалл $SrMoO_4$, отличающийся наибольшей шириной линии второй колебательной моды при относительно высоком коэффициенте ВКР-усиления среди шеелитоподобных кристаллов [8]. Для $SrMoO_4$ под действием накачки излучением, поляризованным перпендикулярно оптической оси кристалла, имеем следующие характеристики: $\nu_1 = 888\ \mathrm{см}^{-1}$, $\Delta\nu_1 = 2.6\ \mathrm{см}^{-1}$ и $g_1 = 5.6$ см/ГВт при $\lambda_\mathrm{p} \approx 1.06$ мкм [14]; $\nu_2 = 327\ \mathrm{см}^{-1}$, $\Delta\nu_2 = 10.5\ \mathrm{см}^{-1}$ и $g_2 \approx g_1 J_2/J_1 = 1.17$ см/ГВт ($J_{1,2}$ – интенсивности первой и второй колебательных мод в спектре комбинационного рассеяния света) при $\lambda_\mathrm{p} \approx 1.06$ мкм [8]. При этом для первой и второй колебательных мод значения характеристических параметров близки: $g_1\Delta\nu_1 = 14\ \mathrm{ГВт}^{-1}$ и $g_2\Delta\nu_2 = 12.3\ \mathrm{ГВт}^{-1}$. Это должно обеспечить нестационарное ВКР с комбинированным сдвигом частоты. Другим основанием для выбора кристалла являются хорошо известные данные о дисперсии показателя преломления кристалла $SrMoO_4$ во всей области его прозрачности [15]. Это позволило рассчитать волновую расстройку процессов частично вырожденного параметрического четырехволнового взаимодействия на первой и второй колебательных модах [11]:

$$\begin{aligned}
\Delta k_{1,2} &= k_\mathrm{p,S} + k_\mathrm{Ss,Sss} - 2k_\mathrm{S,Ss}\\
&= (n_\mathrm{p,S} + n_\mathrm{Ss,Sss} - 2n_\mathrm{S,Ss})2\pi\lambda_\mathrm{S,Ss}^{-1} + (n_\mathrm{p,S} - n_\mathrm{Ss,Sss})2\pi\nu_{1,2}.
\end{aligned} \tag{13}$$

При $\lambda_\mathrm{p} = 1079$ нм она составила относительно малую величину $\Delta k_2 = 4.4\ \mathrm{см}^{-1}$ на второй колебательной моде, по сравнению с $\Delta k_1 = 34.9\ \mathrm{см}^{-1}$ на первой колебательной моде, благодаря $\nu_2 < \nu_1$. Поэтому четырехволновое взаимодействие компонент ВКР-излучения с низкочастотным относительным сдвигом учтено в модели (11), (12), а с высокочастотным сдвигом – нет.

3. Численное моделирование

При численном моделировании мы полагали, что ВКР-активный кристалл помещен в кольцевой резонатор, длина которого равна периоду следования импульсов накачки для осуществления синхронной однопроходной накачки серией ультракоротких импульсов. Поэтому численный расчет по системе уравнений (11), (12), описывающей однопроходное ВКР, проводился многократно так, что в каждом очередном расчете однопроходного ВКР за входные значения амплитуд ВКР-компонент излучения принимались соответствующие выходные параметры предыдущего расчета. Считалось, что время дефазировки $\tau_{1,2}$ существенно короче периода следования импульсов накачки, поэтому на старте каждого очередного расчета колебательные амплитуды полагались равными нулю. Таким образом, в расчетах период следования импульсов накачки никак не влиял на моделируемый процесс ВКР. В целях экономии времени расчетов период следования выбирался как можно более коротким – равным утроенной длительности гауссова импульса накачки. Длительность гауссовых импульсов накачки устанавливали равной 43 пс по уровню 1/e (36 пс на полувысоте). При этом в выходных параметрах каждого расчета также учитывались полезные потери резонатора, имеющего выходное зеркало с коэффициентами отражения $R_\mathrm{S} = 99\%$, $R_\mathrm{Ss} = 96\%$ и $R_\mathrm{Sss} = 92\%$ на длинах волн $\lambda_\mathrm{S} = 1194$ нм, $\lambda_\mathrm{Ss} = 1242$ нм и $\lambda_\mathrm{Sss} = 1294$ нм при накачке с длиной волны $\lambda_\mathrm{p} = 1079$ нм. Коэффициент вредных потерь β устанавливался равным $0.005\ \mathrm{см}^{-1}$. Резонатор был выбран высокодобротным для первой стоксовой компоненты (λ_S) в интересах стимулирования каскадного ВКР с дополнительным низкочастотным сдвигом. В модели не учтена генерация второй стоксовой компоненты с высокочастотным сдвигом в предположении низкой добротности резонатора на ее

длине волны ($\lambda_{SS} = (\lambda_S^{-1} - \nu_1)^{-1} = 1335$ нм). Интенсивность компонент излучения определялась как $I_j = |E_j|^2 cn_j/8\pi$.

На рис.1 представлены результаты расчетов процессов ВКР для кристалла $SrMoO_4$ длиной $L = 3$ см при синхронной накачке серией пикосекундных импульсов с пиковой интенсивностью 0.15, 0.9 и 4.9 ГВт/см^2. Видно, что при низкой интенсивности накачки (0.15 ГВт/см^2) (рис1,*а*) порог генерации первой стоксовой компоненты ВКР-излучения с высокочастотным сдвигом (зеленая кривая) достигается при импульсе накачки с $N = 33$. Пороги генерации второй и третьей стоксовых компонент ВКР-излучения с дополнительными низкочастотными сдвигами (оранжевая и красная кривые) достигаются при импульсах с $N = 54$ и 57 соответственно. Налицо каскадный режим ВКР-преобразования с подавленной комбинационно-параметрической связью из-за нарушения условия ее когерентности ($\Delta k_2 L < \pi$).

Увеличение интенсивности накачки до 0.9 ГВт/см^2 (рис.1,*б*) приводит к снижению номера импульса накачки, при котором достигается порог генерации, до $N = 6$, 12 и 13 для первой, второй и третьей стоксовых компонент ВКР-излучения соответственно. Важно, что порог генерации третьей стоксовой компоненты приближается к порогу генерации второй стоксовой компоненты. Следовательно, влияние комбинационно-параметрической четырехволновой связи усиливается, что можно объяснить нелинейным захватом фаз взаимодействующих волн [16].

Дальнейшее увеличение интенсивности накачки до 4.9 ГВт/см^2 (рис.1,*в*), при которой порог генерации первой стоксовой компоненты достигается уже под действием первого импульса, приводит не только к снижению порогов генерации, но и к их выравниванию для высших (второй и третьей) стоксовых компонент ВКР-излучения, что обеспечивает одновременную генерацию нескольких стоксовых компонент с низкочастотным относительным сдвигом.

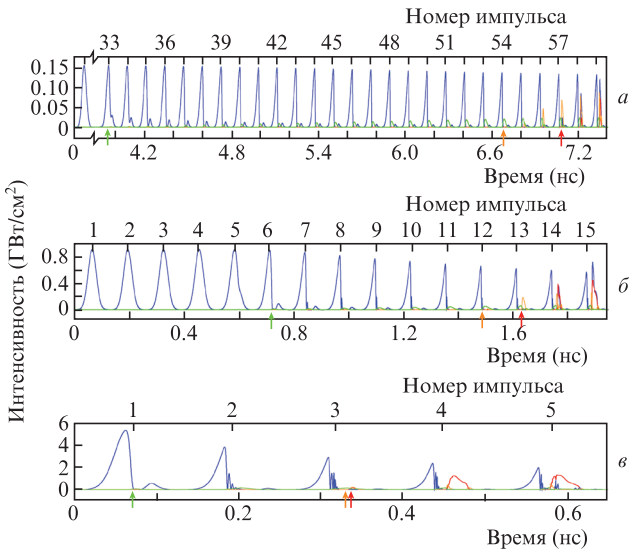

Рис.1. Результаты расчетов процессов ВКР для кристалла $SrMoO_4$ длиной 3 см при синхронной накачке серией импульсов с пиковой интенсивностью 0.15 (*а*), 0.9 (*б*) и 4.9 ГВт/см^2 (*в*) (синие кривые – излучение накачки (I_p), зеленые – первая стоксова компонента (I_S), оранжевые – вторая стоксова компонента (I_{Ss}), красные – третья стоксова компонента (I_{Sss}); зеленая, оранжевая и красная стрелки указывают на пороги генерации первой, второй и третьей стоксовых компонент соответственно).

С точки зрения теории [16–18] эффект нелинейного захвата фаз комбинационно-параметрического взаимодействия происходит при выполнении условия

$$\frac{\Delta k}{gI_p} < 1, \tag{14}$$

где Δk – волновая расстройка параметрического четырехволнового взаимодействия; g – коэффициент ВКР-усиления; I_p – интенсивность излучения накачки комбинационно-параметрического взаимодействия. Тогда можно ввести критическую интенсивность накачки комбинационно-параметрического взаимодействия, превышение которой обеспечивает нелинейный захват фаз такого взаимодействия на первой или второй колебательной моде:

$$I_{cr1,2} = \frac{\Delta k_{1,2}}{g_{1,2}}. \tag{15}$$

Так, для взаимодействия на первой колебательной моде кристалла $SrMoO_4$ ($\Delta k_1 = 34.9$ см$^{-1}$, $g_1 = 5.6$ см/ГВт) требуется очень высокая интенсивность накачки, $I_p > I_{cr1} = 6.2$ ГВт/см^2, однако для комбинационно-параметрического взаимодействия на второй колебательной моде кристалла $SrMoO_4$ ($\Delta k_2 = 4.4$ см$^{-1}$, $g_2 = 1.17$ см/ГВт) критическая интенсивность снижается до $I_{cr2} = 3.7$ ГВт/см^2.

В нашем случае процесс синхронно-накачиваемого ВКР с комбинированным сдвигом частоты можно представить как первый каскад преобразования посредством ВКР с высокочастотным сдвигом и второй каскад комбинационно-параметрического преобразования с низкочастотным сдвигом. Тогда на отдельно взятом втором каскаде преобразования роль излучения накачки четырехволнового взаимодействия играет первая стоксова компонента с длиной волны λ_S, которая имеет комбинационно-параметрическую связь со второй (λ_{Ss}) и третьей (λ_{Sss}) компонентами. При этом условие нелинейного захвата фаз такого комбинационно-параметрического взаимодействия записывается как $I_{Stokes} > I_{cr2}$, где $I_{Stokes} = I_S/(1 - R_S)$ – внутрирезонаторная интенсивность первой стоксовой компоненты, I_S – ее выходная интенсивность.

Расчеты показали (см. рис.1), что на пороге генерации второй стоксовой компоненты ?выходная интенсивность первой стоксовой компоненты $I_S = 0.02$, 0.05 и 0.13 ГВт/см^2 при интенсивности накачки $I_p = 0.15$, 0.9 и 4.9 ГВт/см^2 соответственно. При этом внутрирезонаторная интенсивность первой стоксовой компоненты составила $I_{Stokes} = 0.5I_{cr2}$, $1.3I_{cr2}$ и $3.5I_{cr2}$ соответственно ($\Delta k = 4.4$ см$^{-1}$, $g_2 = 1.17$ см/ГВт и $R_S = 0.99$).

Таким образом, в первом случае при $I_p = 0.15$ ГВт/см^2 (рис.1,*а*) условие $I_{Stokes} > I_{cr2}$ не выполнено, промежуточный случай $I_p = 0.9$ ГВт/см^2 (рис.1,*б*) находится примерно на границе выполнения этого условия, а более высокая интенсивность накачки $I_p = 4.9$ ГВт/см^2 (рис.1,*в*) полностью поддерживает выполнение данного условия. Поэтому можно полагать, что для полного обеспечения эффекта нелинейного захвата фаз можно руководствоваться более простым условием: $I_p > I_{cr2} = 3.7$ ГВт/см^2.

На рис.2 представлены расчетные зависимости интенсивности выходного импульса третьей стоксовой компоненты I_{Sss}, нормализованной на входную интенсивность накачки I_p, от длины ВКР-активного кристалла L для импульса накачки с указанным номером при $I_pL = 0.45$ и 5.7 ГВт/см.

Рис.2,*а* демонстрирует случай низкоинтенсивной накачки, когда не выполняется условие нелинейного захва-

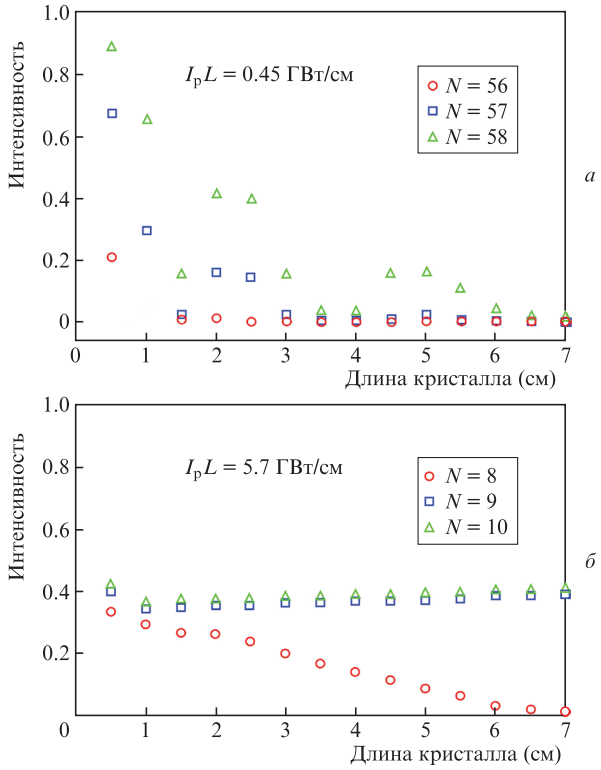

Рис.2. Расчетные зависимости интенсивности выходного импульса третьей стоксовой компоненты I_{Sss}, нормализованной на входную интенсивность накачки I_p, от длины кристалла $SrMoO_4$ для импульса накачки с указанным номером при I_pL = 0.45 (*а*) и 5.7 ГВт/см (*б*).

та фаз $I_{Stokes} > I_{cr2}$, за исключением самой короткой длины кристалла (L = 0.5 см, I_p = 0.9 ГВт/см^2), для которой I_{Stokes} = 1.3I_{cr2}. Показана генерация третьей стоксовой компоненты для импульсов накачки с N = 56, 57 и 58, при которых преодолен порог генерации второй стоксовой компоненты. Следует отметить, что рис.1,*а* соответствует рис.2,*а* при L = 3 см. Порог генерации второй стоксовой компоненты достигается при 54-м импульсе накачки (см. оранжевую стрелку на рис.1,*а*), и это наблюдается независимо от длины кристалла при постоянной величине I_pL.

На рис.2,*а* наблюдается характерная зависимость уменьшения интенсивности генерации при нарушении условия когерентности нелинейного взаимодействия [19] $\Delta k_2 L < \pi$ – эффективная генерация третьей стоксовой компоненты происходит при L < 1.5 см. Можно сделать вывод, что при низкоинтенсивной накачке, нарушающей условие нелинейного захвата фаз $I_{Stokes} > I_{cr2}$, необходимо уменьшать длину ВКР-активного кристалла для многоволновой генерации стоксовых компонент с низкочастотным сдвигом. Это согласуется с проведенными ранее экспериментами по ВКР-генерации в кристалле $SrWO_4$ при синхронной пикосекундной накачке с низкой интенсивностью (до 0.4 ГВт/см^2) [8, 20]. В длинном кристалле $SrWO_4$ (L = 3.6 см) [20] была получена генерация только первой (λ_S) и второй (λ_{Ss}) стоксовых компонент, а в коротком кристалле $SrWO_4$ (L = 1.4 см) в аналогичных условиях эксперимента [8] была получена также генерация дополнительной, третьей (λ_{Sss}), стоксовой компоненты с комбинированным сдвигом частоты благодаря поддержанию условия когерентности.

На рис.2,*б* проиллюстрирован случай высокоинтенсивной накачки, при которой выполняется условие нелинейного захвата фаз $I_{Stokes} > I_{cr2}$, за исключением самых длинных кристаллов (L > 5.5 см, I_p < 1 ГВт/см^2). Показана генерация третьей стоксовой компоненты для импульсов накачки с N = 8, 9 и 10, при которых преодолен порог генерации второй стоксовой компоненты. Можно видеть, что уменьшение эффективности генерации с длиной кристалла наблюдается только при 8-м импульсе накачки, но при следующих (9-м и 10-м) импульсах зависимость становится даже медленно растущей, что демонстрирует нелинейный захват фаз комбинационно-параметрического взаимодействия. Можно сделать вывод, что при высокоинтенсивной накачке, поддерживающей выполнение условия нелинейного захвата фаз, выгодно увеличивать длину кристалла для многоволновой генерации стоксовых компонент ВКР-излучения с низкочастотным сдвигом.

4. Экспериментальное исследование при высокоинтенсивной накачке

Нами проведен эксперимент по ВКР в длинном (7 см) кристалле $SrMoO_4$ под действием высокоинтенсивной синхронной пикосекундной накачки, поддерживающей условие полного обеспечения нелинейного захвата фаз ($I_p > I_{cr2}$ = 3.7 ГВт/см^2). Оптическая схема эксперимента представлена на рис.3.

Излучение $YAlO_3:Nd^{3+}$-лазера накачки фокусировалось вогнутым зеркалом *1* в ВКР-активный элемент *2*, помещенный во внешний зигзагообразный оптический резонатор, состоящий из двух вогнутых (*3* и *4*) и двух плоских (*5* и *6*) зеркал. Выходное ВКР-излучение раскладывалось в спектр с помощью дифракционной решетки (600 штр/мм) и посылалось на систему регистрации.

В качестве лазера накачки использовалась высокомощная генераторно-усилительная лазерная система на кристаллах $YAlO_3:Nd^{3+}$ с длиной волны λ_p = 1079 нм, генерирующая в режиме пассивной синхронизации мод лазерного резонатора цуг из 56 лазерных импульсов с длительностью отдельных импульсов τ_p = 64 пс и периодом следования 8 нс при энергии цуга лазерных импульсов, равной 18 мДж, что соответствовало энергии отдельных импульсов W_p = 320 мкДж [21]. Лазер накачки был изолирован от ВКР-лазера с помощью вентиля Фарадея (на рис.3 не указан). Использование вогнутого зеркала *1* с радиусом кривизны 240 см позволило сфокусировать пучок излучения накачки в фокальное пятно с минимальным радиусом пучка r_p = 290 мкм (по уровню 1/e^2) при гауссовом поперечном распределении интенсивности излучения, что обусловило высокую интенсивность излучения накачки $I_p = 2W_p/(\tau_p \pi r_p^2)$ = 3.8 ГВт/см^2, превышающую I_{cr2}.

В качестве активного элемента ВКР-лазера использовался кристалл $SrMoO_4$ длиной L = 7 см с просветляющими покрытиями на плоскопараллельных торцах. Кристалл был выращен методом Чохральского в Научном центре лазерных материалов и технологий ИОФ РАН. Оптическая ось кристалла направлена перпендикулярно направлению распространения лазерного излучения и ориентирована вдоль направления поляризации излучения накачки для возбуждения не только первой (ν_1 = 888 см$^{-1}$), но и второй (ν_2 = 327 см$^{-1}$) колебательной моды кристалла $SrMoO_4$ [8].

Длина резонатора ВКР-лазера была точно отрегулирована (зеркало *6* установлено на микрометрический стол) для синхронизации времени обхода резонатора с перио-

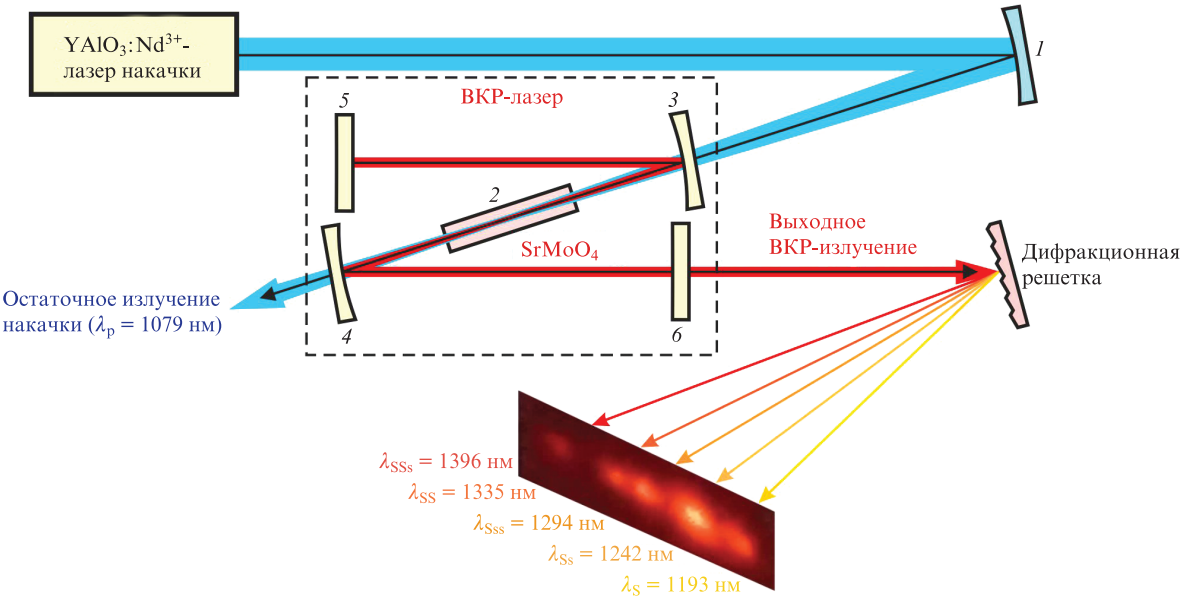

Рис.3. Оптическая схема лазерной системы и фотография пространственного распределения стоксовых ВКР-компонент после разложения выходного ВКР-излучения в спектр дифракционной решеткой:
1 – фокусирующее зеркало; *2* – ВКР-активный элемент; *3*–*6* – зеркала резонатора.

дом следования импульсов накачки (8 нс). Концевое плоское зеркало *5* было высокоотражающим на длинах волн ВКР-излучения от 1194 до 1396 нм ($R_{1192-1396} > 99\%$). Вогнутые зеркала *3* и *4* (радиус кривизны 100 см), прозрачные на длине волны накачки (коэффициент пропускания $T_{1079} = 97.1\%$), имели следующее распределение коэффициентов отражения по длинам волн ВКР-излучения: $R_{1194} = 99.3\%$, $R_{1242} = 99.2\%$, $R_{1294} = 92.9\%$, $R_{1336} = 7.0\%$ и $R_{1396} = 15.3\%$. Для выходного плоского зеркала *6* коэффициенты отражения по длинам волн ВКР-излучения составили: $R_{1194} = 99.2\%$, $R_{1242} = 98.5\%$, $R_{1294} = 86.6\%$, $R_{1336} = 24.2\%$ и $R_{1396} = 48.0\%$. Конфигурация резонатора была рассчитана в программном продукте ReZonator [22] для согласования размера основной поперечной моды первой стоксовой компоненты ВКР-излучения с фокальным радиусом пучка накачки ($r_p = 290$ мкм) при времени обхода резонатора, синхронизированном с периодом следования импульсов накачки (8 нс).

Следует отметить, что в эксперименте мы наблюдали большее число генерируемых компонент ВКР-излучения, чем в рассмотренной выше теории: не только на длинах волн $\lambda_S = 1194$ нм, $\lambda_{Ss} = 1242$ нм и $\lambda_{Sss} = 1294$ нм, но и на $\lambda_{SS} = (\lambda_S^{-1} - \nu_1)^{-1} = 1336$ нм и $\lambda_{SSs} = (\lambda_{SS}^{-1} - \nu_2)^{-1} = 1396$ нм. Длины волн всех пяти генерируемых компонент ВКР-излучения, зарегистрированные спектрометром OceanOptics HR2000 (200–1100 нм, разрешающая способность 2 нм) после удвоения частоты кристаллом иодата лития, соответствовали приведенным выше расчетным значениям. Ширины линий излучения не превышали разрешающую способность спектрометра. Результаты данного измерения приведены на рис.4.

Были зарегистрированы также профили пучков каждой из пяти разделенных компонент ВКР-излучения (см. рис.3), которые оказались близкими к гауссову, что указывает на высокое пространственное качество генерируемого ВКР-излучения благодаря согласованию размера основной поперечной моды ВКР-излучения с радиусом пучка накачки.

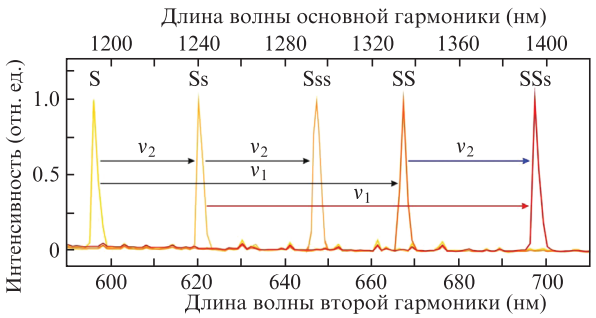

Рис.4. Спектр генерируемого ВКР-излучения.

На рис.5 показана зависимость энергии цуга импульсов суммарного выходного ВКР-излучения от величины расстройки длины резонатора ВКР-лазера при энергии цуга лазерного излучения накачки 18 мДж. Видно, что

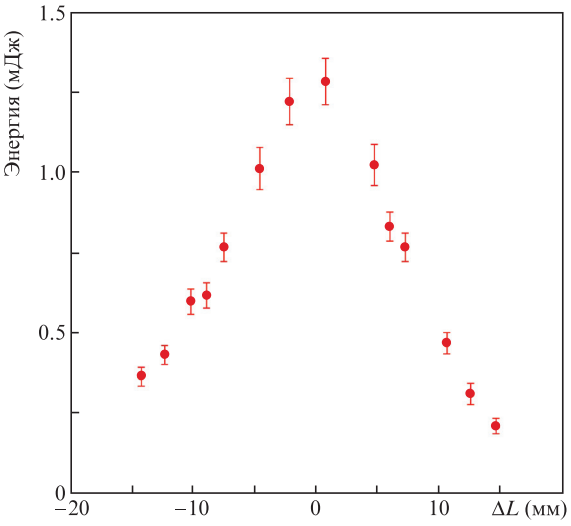

Рис.5. Зависимость энергии цуга импульсов суммарного выходного ВКР-излучения от расстройки длины резонатора ВКР-лазера.

расстроечная кривая является относительно широкой ($\Delta L_{1/2}$ = 16 мм на полувысоте) и симметричной, что характерно для высокоинтенсивной синхронной пикосекундной накачки [21, 23], в отличие от узких ($\Delta L_{1/2}$ < 1 мм) и несимметричных расстроечных кривых, получаемых при низкоинтенсивной синхронной пикосекундной накачке [8–10, 24]. Максимальная энергия цуга суммарного выходного ВКР-излучения при наилучшей синхронизации накачки составила 1.3 ± 0.1 мДж (нестабильность выходной энергии 8%) при энергии цуга импульсов накачки 18 ± 1 мДж (нестабильность входной энергии 5%), что соответствует эффективности ВКР-преобразования около 7%. Выходная энергия распределялась по компонентам ВКР-излучения следующим образом: 9% энергии на λ_S = 1194 нм, 62% – на λ_{Ss} = 1242 нм, 17% – на λ_{Sss} = 1294 нм, 8% – на λ_{SS} = 1336 нм и 4% – на λ_{SSs} = 1396 нм.

На рис.6 представлены осциллограммы всех компонент генерируемого излучения. Осциллограммы получены с помощью четырех лавинных фотодиодов ЛФД-2Ф, подключенных к четырехканальному осциллографу Tektronix TDS7404B (4 ГГц), при двух последовательных измерениях сначала для компонент с длинами волн λ_p, λ_S, λ_{Sss} и λ_{SSs}, а затем для компонент с длинами волн λ_p, λ_{Ss} и λ_{SS} с последующим совмещением. Из рис.6 видно, что генерация первой стоксовой компоненты (λ_S = 1194 нм) с высокочастотным сдвигом ν_1 происходила без задержки во времени относительно цуга импульсов накачки (λ_p = 1079 нм), т.е. осуществлялась практически за один проход ВКР-кристалла благодаря высокоинтенсивной накачке. Также без задержки генерировалась вторая стоксова компонента (λ_{SS} = 1336 нм) с удвоенным высокочастотным сдвигом $2\nu_1$. Зеркала резонатора для этой компоненты имели низкие коэффициенты отражения (R_{1336} = 7.0% для вогнутых зеркал *3*, *4* и 24.2% для выходного зеркала *6*), поэтому ее генерация тоже являлась однопроходной.

Однако генерация второй стоксовой компоненты с комбинированным сдвигом частоты $\nu_1 + \nu_2$ на длине волны λ_{Ss} = 1242 нм происходила с заметной задержкой, что объясняется ее развитием в добротном резонаторе (для зеркал *3* и *4* R_{1242} = 99.2%, для выходного зеркала *6* R_{1242} = 98.5%). При этом цуг импульсов следующей (третьей) стоксовой компоненты с комбинированным сдвигом частоты $\nu_1 + \nu_2 + \nu_2$ на длине волны λ_{Sss} = 1294 нм не имел заметной задержки относительно цуга импульсов предыдущей стоксовой компоненты с длиной волны λ_{Ss} = 1242 нм, что можно объяснить комбинационно-параметрическим взаимодействием на низкочастотной колебательной моде благодаря выполнению условия нелинейного захвата фаз. Цуг импульсов третьей стоксовой компоненты (λ_{Sss}) был относительно коротким, т.е. преждевременно завершался по сравнению с цугом импульсов второй стоксовой компоненты (λ_{Ss}), повторяя характер истощения цуга импульсов первой стоксовой компоненты (λ_S) при ее преобразовании на втором каскаде ВКР. Это подтверждает участие первой стоксовой компоненты не только в процессе ВКР-преобразования во вторые стоксовы компоненты (λ_{Ss} и λ_{SS}), но и в процессе комбинационно-параметрического взаимодействия с двумя следующими ВКР-компонентами с низкочастотным относительным сдвигом (λ_{Ss} и λ_{Sss}).

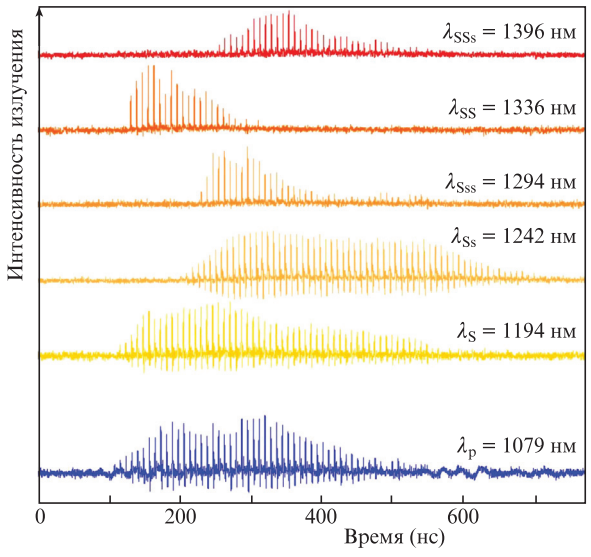

Рис.6. Осциллограммы частотных компонент генерируемого излучения.

Наибольший вопрос вызывает механизм генерации последней стоксовой компоненты с длиной волны λ_{SSs} = 1396 нм. Простое объяснение, заключающееся в третьем каскаде ВКР-преобразования с низкочастотным сдвигом ν_2 из предыдущей компоненты (λ_{SS}) (синяя стрелка на рис.4), не выдерживает критики, т.к. наблюдается задержка генерации, хотя зеркала резонатора для λ_{SSs} имеют низкие коэффициенты отражения (R_{1396} = 15.3% для зеркал *3*, *4* и 48.0% для зеркала *6*), как и для λ_{SS}. К тому же относительная доля энергии выходного ВКР-излучения, приходящаяся на компоненту с длиной волны λ_{SS}, мала (8%). Наибольшая доля энергии приходилась на компоненту с длиной волны λ_{Ss} (62%), поэтому можно предположить, что ВКР-генерация последней компоненты (λ_{SSs}) происходила из нее с дополнительным высокочастотным сдвигом ν_1 (красная стрелка на рис.4). На это указывает также одинаковая задержка генерации для компонент с длинами волн λ_{Ss} и λ_{SSs} (рис.6). Однако генерация цуга импульсов последней компоненты (λ_{SSs}) преждевременно завершалась по сравнению с компонентой на длине волны λ_{Ss}, повторяя характер истощения цуга импульсов первой стоксовой компоненты (λ_S). Это указывает на участие первой стоксовой компоненты (λ_S) в генерации последней стоксовой компоненты (λ_{SSs}), что может происходить при четырехволновых комбинационно-параметрических взаимодействиях. Во-первых, это могло быть четырехволновое взаимодействие на низкочастотной колебательной моде (ν_2), в которое вовлечены компоненты с длинами волн λ_S, λ_{Ss}, λ_{SS} и λ_{SSs}. Данный процесс должен быть более эффективным при высокоинтенсивной накачке (условие нелинейного захвата фаз выполнено). Во-вторых, могло иметь место четырехволновое взаимодействие на высокочастотной колебательной моде (ν_1), в которое вовлечены компоненты с длинами волн λ_p, λ_S, λ_{Ss} и λ_{SSs} (без участия компоненты с длиной волны λ_{SS}). Однако условие нелинейного захвата фаз для такого взаимодействия не выполнено. Таким образом, наиболее вероятным объяснением генерации последней компоненты (λ_{SSs}) является комбинация четырехволнового взаимодействия (λ_S, λ_{Ss}, λ_{SS} и λ_{SSs}) на низкочастотной колебательной моде (ν_2) и ВКР-преобразования $\lambda_{Ss} \rightarrow \lambda_{SSs}$ на высокочастотной колебательной моде (ν_1). Последнее происходит без участия компоненты (λ_{SS}), что подтверж-

дается экспериментально – из рис.6 видно, что генерация на длине волны λ_{SSs} продолжалась, несмотря на то что генерация на длине волны λ_{SS} прекратилась.

С помощью стрик-камеры типа PS-1/S1 [25] (разработка ИОФ РАН) была также измерена длительность генерируемых импульсов выходного ВКР-излучения. Для первой стоксовой компоненты с высокочастотным сдвигом (λ_S) длительность импульсов τ_S составила 20 ± 5 пс. Для второй стоксовой компоненты с комбинированным сдвигом частоты (λ_{Ss}) зарегистрирована укороченная длительность импульсов $\tau_{Ss} = 8 \pm 2$ пс. Данные значения близки к теоретической оценке [26] $\tau_S \approx \sqrt{\tau_p \tau_1}$ и $\tau_{Ss} \approx \sqrt{\tau_p \tau_2}$ соответственно.

5. Заключение

Проведены теоретические и экспериментальные исследования условий обеспечения генерации множества компонент излучения с малым межволновым интервалом в кристаллическом ВКР-лазере с синхронной накачкой при комбинированном сдвиге частоты. В качестве активной среды использовался кристалл $SrMoO_4$, обладающий первой (высокочастотной) и второй (низкочастотной) колебательными модами с близкими значениями интегрального сечения комбинационного рассеяния света. Проведенный теоретический анализ указывает на существенную роль четырехволновых комбинационно-параметрических взаимодействий на низкочастотной колебательной моде ВКР-активного кристалла при выполнении условий когерентности и нелинейного захвата фаз таких взаимодействий. Впервые получена генерация кристаллического ВКР-лазера в ближнем ИК диапазоне на пяти близкорасположенных длинах волн с комбинированным сдвигом частоты. Использование высокоинтенсивной синхронной пикосекундной накачки с длиной волны 1079 нм, удовлетворяющей условию нелинейного захвата фаз комбинационно-параметрического взаимодействия на второй колебательной моде, обеспечило эффективную генерацию на длинах волн 1194, 1242, 1294, 1336 и 1396 нм с различными комбинациями сдвигов частоты (888 и 327 см$^{-1}$).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-22-20092).

1. Lee S.-L., Lu T.-Ch., Hung Yu.-J., Chen L.-R., Huang Zh.-N. *Appl. Phys. Lett*., **116**, 180501 (2020).
2. Jiang X., Chen F., Lu Y., Yin T., He S. *Prog. Electromagn. Res*., **167**, 11 (2020).
3. Гулин А.В., Нархова Г.И., Устименко Н.С. *Квантовая электроника*, **25** (9), 825 (1998) [*Quantum Electron*., **28** (9), 804 (1998)].
4. Zverev P.G., Basiev T.T., Sobol A.A., Ermakov I.V., Gellerman W. *OSA TOPS*, **50**, 212 (2001).
5. Mildren R.P., Piper J.A. *Opt. Express*, **16** (5), 3261 (2008).
6. Lin J., Pask H.M. *Opt. Express*, **20** (14), 15180 (2012).
7. Lin H.Y., Pan X., Huang X.H., Xiao M., Liu X., Sun D., Zhu W.Z. *Opt. Commun*., **368**, 39 (2016).
8. Frank M., Smetanin S.N., Jelínek M., Vyhlídal D., Shukshin V.E., Ivleva L.I., Dunaeva E.E., Voronina I.S., Zverev P.G., Kubeček V. *Crystals*, **9**, 167 (2019).
9. Frank M., Smetanin S.N., Jelínek M., Vyhlídal D., Ivleva L.I., Dunaeva E.E., Voronina I.S., Tereshchenko D.P., Shukshin V.E., Zverev P.G., Kubeček V. *Crystals*, **10**, 871 (2020).
10. Frank M., Smetanin S.N., Jelínek M., Vyhlídal D., Kosmyna M.B., Shekhovtsov A.N., Gubina K.A., Shukshin V.E., Zverev P.G., Kubeček V. *Crystals*, **12**, 148 (2022).
11. Smetanin S.N., Doroshenko M.E., Ivleva L.I., Jelínek M., Kubeček V., Jelínková H. *Appl. Phys. B*, **117** (1), 225 (2014).
12. Grenados E., Spence D.J. *Opt. Express*, **18** (19), 20422 (2010).
13. Basiev T.T., Sobol A.A., Voronko Yu.K., Zverev P.G. *Opt. Mater*., **15**, 205 (2000).
14. Басиев Т.Т., Зверев П.Г., Карасик А.Я., Осико В.В., Соболь А.А., Чунаев Д.С. *ЖЭТФ*, **126**, 1073 (2004) [*JETP*, **99** (5), 934 (2004)].
15. *Handbook of Optics. Volume IV: Optical Properties of Materials, Nonlinear Optics, Quantum Optics* (NY: The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010).
16. Бутылкин В.С., Венкин Г.В., Кулюк Л.Л., Малеев Д.И., Хронопуло Ю.Г., Шаляев М.Ф. *Квантовая электроника*, **4** (7), 1537 (1977) [*Sov. J. Quantum Electron*., **7** (7), 867 (1977)].
17. Андреев Р.Б., Горбунов В.А., Гулидов С.С., Паперный С.Б., Серебряков В.А. *Квантовая электроника*, **9** (1), 56 (1982) [*Sov. J. Quantum Electron*., **12** (1), 35 (1982)].
18. Лосев Л.Л., Луценко А.П. *Квантовая электроника*, **21** (10), 965 (1994) [*Quantum Electron*., **24** (10), 900 (1994)].
19. Smetanin S.N., Jelínek M., Kubeček V., Jelínková H., Ivleva L.I., Shurygin A.S. *Laser Phys. Lett*., **13**, 015801 (2016).
20. Frank M., Smetanin S.N., Jelínek M., Vyhlídal D., Shukshin V.E., Ivleva L.I., Zverev P.G., Kubeček V. *Opt. Laser Technol*., **119**, 105660 (2019).
21. Tereshchenko D.P., Peganov E.A., Smetanin S.N., Papashvili A.G., Shashkov E.V., Ivleva L.I., Dunaeva E.E., Voronina I.S., Frank M. *Crystals*, **12**, 495 (2022).
22. http://rezonator.orion-project.org.
23. Григорян Г.Г., Согомонян С.Б. *Квантовая электроника*, **16** (11), 2180 (1989) [*Sov. J. Quantum Electron*., **19** (11), 1402 (1989)].
24. Warrier A.M., Lin J., Pask H.M., Mildren R.P., Coutts D.W., Spence D.J. *Opt. Express*, **22** (3), 3325 (2014).
25. Воробьев Н.С., Горностаев П.Б., Лозовой В.И., Смирнов А.В., Шашков Е.В., Щелев М.Я. *ПТЭ*, **4**, 72 (2016) [*Instrum. Exp. Tech*., **59** (4), 551 (2016)].
26. Нехаенко В.А., Першин С.М., Подшивалов А.А. *Квантовая электроника*, **13** (3), 453 (1986) [*Sov. J. Quantum Electron*., **16** (3), 299 (1986)].