

О процессах генерации терагерцевого излучения при вылете из металлической/плазменной мишени сгустка электронов, ускоренных коротким лазерным импульсом

А.В. Брантов, В.Ю. Быченков

Последовательное описание генерации терагерцевого (ТГц) излучения лазерно-ускоренными электронами из мишени, облучаемой коротким импульсом света, требует полного понимания вклада всех процессов взаимодействия с ней вылетающих релятивистских электронов с учетом возникающих самосогласованных полей. Несмотря на это, априорно предполагается доминирующая роль в таком излучении переходного излучения от покидающих мишень электронов, хотя, помимо такого механизма, требуется оценка такой совокупности процессов, как тормозное излучение ускоряющихся и тормозящихся в дебаевском слое запертых электронов, их переходное излучение и излучение синхротронного типа при развороте полей двойного слоя. Этому посвящена данная работа, опирающаяся на физически оправданный качественный анализ, не претендующий на строгий количественный расчет и использующий помогающие пониманию методические приемы. Также представлены оценки, позволяющие судить о характеристиках генерируемого ТГц импульса.

Ключевые слова: переходное излучение, терагерцевые импульсы, взаимодействие лазерного излучения с веществом.

1. Введение

В настоящее время источники излучения в терагерцевой (ТГц) области частот привлекают повышенное внимание в связи с большим числом возможных практических применений и прогрессом в получении мощных терагерцевых импульсов. Одно из перспективных направлений получения мощного ТГц излучения связано с взаимодействием коротких релятивистских лазерных импульсов с твердотельными мишенями (как правило, металлическими фольгами). В ряде экспериментов уже было продемонстрировано, что такое воздействие может приводить к генерации мощных терагерцевых полей, излучаемых с тыльной стороны мишени, с коэффициентом конверсии энергии лазерного импульса в энергию ТГц излучения вплоть до долей процента.

Вместе с тем основной механизм, ответственный за генерацию ТГц импульсов, до сих пор не выявлен, а все последние публикации предлагают зачастую противоречивое объяснение полученных экспериментальных результатов. Большинство авторов исследований склоняются к тому, что два основных механизма, связанные с переходным излучением улетающих от мишени электронов и с разлетом плазмы в вакуум, главным образом ответственны за генерацию ТГц импульсов. При этом теоретические оценки говорят о превалировании переходного излучения, а для объяснения экспериментальных данных используют механизм разлета плазмы в вакуум. Также обсуждается возможность генерации низкочастотного излучения вследствие тормозного и синхротронного из-

лучения электронов, связанного с их торможением и разворотом в дебаевском слое поля разделения заряда, формируемом вблизи поверхности мишени, или в результате возникновения токов разрядки, текущих вдоль поверхности заряженной мишени.

Поскольку один из основных механизмов генерации ТГц излучения основан на переходном излучении лазерно-ускоренных электронов, остановимся на его обсуждении более подробно. Теория переходного излучения тесно связана с работами сотрудников ФИАНа, заложивших основу математической модели и изучивших особенности излучения одного электрона [1, 2].

В настоящей работе дается обзор последних публикаций, посвященных переходному терагерцевому излучению пучка релятивистских электронов, ускоренных лазерным импульсом. На основе простых оценок обсуждается влияние тормозного механизма на генерацию ТГц излучения, приводятся оценки для энергии получаемых импульсов и рассматриваются пути увеличения эффективности генерации ТГц излучения.

2. Переходное излучение

Переходное излучение возникает при пересечении движущимся зарядом границы между средами с разными диэлектрическими проницаемостями. Простейший случай отвечает вылету заряда из мишени с бесконечной диэлектрической проницаемостью ϵ (где он полностью экранирован) в вакуум, что аналогично мгновенному старту заряда/зарядов (или падению заряда из вакуума на мишень с бесконечной диэлектрической проницаемостью – остановка заряда/зарядов) [1].

Рассмотрим, какое излучение производит заряд (или несколько зарядов) при мгновенном (т. е. за время, много меньшее характерной частоты излучения, $\omega t \ll 1$) изменении их скорости с v_1 до v_2 [3, 4]. Напомним, что энергия W излучения в интервал частот $d\omega$ и в телесный угол $d\Omega$ в точке с координатой $R_0\mathbf{n}$ дается выражением

А.В.Брантов, В.Ю.Быченков. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Центр фундаментальных и прикладных исследований ВНИИА им. Н.Л. Духова, Россия, 127055 Москва, Сушѣвская ул., 22
e-mail: brantovav@lebedev.ru; bychenk@lebedev.ru

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{cR_0^2}{4\pi^2} |\mathbf{B}_\omega|^2, \quad (1)$$

где фурье-компонента магнитного поля $\mathbf{B}_\omega = \int \mathbf{B}(t) \times \exp(-i\omega t) dt \approx \int \mathbf{B}(t) dt$ может быть записана через векторный потенциал $\mathbf{B} = -[\mathbf{n} \times \mathbf{A}]/c$, имеющий форму Лиенара – Вихерта [3, 4]:

$$\mathbf{B}_\omega = \frac{1}{c} ([\mathbf{A}_2 \times \mathbf{n}] - [\mathbf{A}_1 \times \mathbf{n}]), \quad \mathbf{A} = q\mathbf{v} \left(1 - \frac{v\mathbf{n}}{c}\right)^{-1}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{A}_1 и \mathbf{A}_2 – векторные потенциалы до и после изменения скорости. Тогда для излучения системы зарядов, мгновенно изменяющих свои скорости, имеем

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{4\pi^2 c^3} \left| \sum q \left(\frac{[\mathbf{v}_2 \times \mathbf{n}]}{1 - v_2 n/c} - \frac{[\mathbf{v}_1 \times \mathbf{n}]}{1 - v_1 n/c} \right) \right|^2. \quad (3)$$

В случае переходного излучения одного электрона получаем хорошо известную формулу

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \beta^2 \sin^2 \theta}{\pi^2 c (1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2}, \quad \beta = \frac{v}{c}, \quad (4)$$

где θ – угол между направлением скорости электрона (направленной по нормали к мишени) и углом наблюдения. Данное выражение записано для одного заряда. Оно не зависит от частоты и расходится при интегрировании по частоте. Дело в том, что при больших частотах приближение $|\epsilon| \gg 1$ не работает, поскольку практически любая мишень ведет себя как плазма с $\epsilon \approx 1 - \omega_{\text{pe}}^2/\omega^2$. Это приводит к обрезанию частоты излучения на плазменной частоте, $\omega \leq \omega_{\text{pe}}$, что может служить для оценки интеграла по частотам и определению максимальной частоты излучения, которая оказывается порядка плазменной частоты, т. е. определяется плотностью среды.

Если из мишени вылетает пучок электронов с полным зарядом Q_b , необходимо учесть его пространственно-временную ограниченность, или, по существу, форм-фактор пучка (фурье-образ распределения плотности пучка, $F(\omega)$), который будет входить в энергию излучения и определять частотные характеристики спектра:

$$\frac{d^2 W_{\text{THz}}^{\text{tr}}}{d\omega d\Omega} = \frac{Q_b^2 \beta^2 [F(\omega)]^2 \sin^2 \theta}{\pi^2 c (1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2}. \quad (5)$$

В случае однородного по длине L_b электронного пучка с гауссовым поперечным распределением плотности в радиусе R_b и энергией $E_b = mc^2(\gamma - 1)$, т. е. для тока, направленного по нормали к границе раздела мишень–вакуум (вдоль оси z),

$$\mathbf{j}_b = en_b v \theta(z) [\theta(vt - z) - \theta(vt - L_b - z)] \exp(-r_{\perp}^2/R_b^2), \quad (6)$$

получаем

$$|F(\omega)|^2 = \frac{4v^2}{\omega^2 L_b^2} \sin^2 \left(\frac{\omega L_b}{2v} \right) \exp \left(-\frac{R_b^2 \omega^2 \sin^2 \theta}{4c^2} \right). \quad (7)$$

Здесь для упрощения аналитических расчетов предполагается, что все электроны вылетают с одинаковой постоянной скоростью v . В области низких частот, $\omega < 2v/L_b$, форм-фактор $|F(\omega)| = 1$, и пучок электронов излучает как один электрон с полным зарядом Q_b . Именно размеры пучка электронов определяют максимальную частоту излучения, до которой пучок излучает когерентно, $\omega_{\text{max}} = \max[2v/L_b, 2c/(R_b \sin \theta)]$. При этом длительность пучка

электронов (продольный размер) L_b/v отвечает за временную когерентность излучения, а поперечный размер пучка R_b – за пространственную когерентность. Для релятивистских электронов, $\gamma \gg 1$, переходное излучение направлено в основном вперед ($\theta \sim 1/\gamma$), и максимальная частота определяется, как правило, продольными размерами пучка, т. е. временной когерентностью. При $\gamma L_b > R_b$ полная энергия переходного излучения может быть записана приближенно в виде [5]

$$W_{\text{THz}}^{\text{tr}} \simeq \frac{Q_b^2}{\pi L_b} \left[3 \ln \left(\frac{\gamma L_b}{\sqrt{2} R_b} \right) - 1 \right], \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (8)$$

Чтобы оставаться в рамках приближения большой диэлектрической проницаемости мишени, $|\epsilon| \gg 1$, характерная частота излучения, типично определяемая продольным размером пучка улетевших электронов L_b , $\omega \approx v/L_b$, должна быть много меньше плазменной частоты мишени, $v/L_b < \omega_{\text{pe}}$. Последнее всегда выполняется при нагреве электронов до релятивистских энергий мощным лазерным импульсом длительностью τ_{las} от нескольких десятков фемтосекунд до нескольких пикосекунд, $L_b \approx c\tau_{\text{las}}$. Отметим, что для более длинных электронных пучков, $L_b > c/\omega_{\text{pe}}$, максимальная частота будет определяться условием нарушения приближения $|\epsilon| \gg 1$, как в случае одного электрона (т. е. электронной плазменной частотой мишени).

Число улетающих от твердотельной мишени ускоренных лазерным импульсом электронов обычно составляет несколько процентов от всех электронов, нагретых лазерным импульсом, поскольку большинство электронов не способны преодолеть появляющееся поле разделения заряда и улететь от мишени. Последние запираются в дебаевском слое, размер которого определяется их энергией и плотностью и обычно не превышает сотен нанометров. Их вклад в излучение будет рассмотрен в разд.3.

Важной особенностью переходного излучения пучка электронов является уникальная униполярная форма генерируемых импульсов (низкочастотных, ТГц) когерентного переходного излучения [6]. Поле излучения в волновой зоне в нерелятивистском случае, $v \ll c$, в дипольном приближении имеет вид $\mathbf{B} = -[\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{A}}]/c$, где производная от векторного потенциала берется по запаздывающему времени $t' = t - r/c$, а сам запаздывающий потенциал записывается как

$$\mathbf{A} = \frac{1}{cr} \int d^3 r' (\mathbf{j}(t', r', v) - \mathbf{j}(t', r', -v)). \quad (9)$$

Здесь учтено, что поле заряда, движущегося от поверхности с бесконечной диэлектрической проницаемостью, можно представить как сумму вакуумных полей самого заряда и его отражения – заряда противоположного знака, движущегося в противоположном направлении. Используя плотность тока в виде (6), получаем

$$\mathbf{B} = \frac{2Q_b}{rL_b} \frac{v[\mathbf{v} \times \mathbf{n}]}{c^2} [\theta(ct - r) - \theta(ct - cL_b/v - r)]. \quad (10)$$

Полученное распределение поля отвечает сферической волне, толщиной cL_b/v , распространяющейся со скоростью света от точки/области вылета заряда, размер которой много меньше L_b . В пределе $L_b \rightarrow 0$ данное выражение переходит в выражение для излучения точечного заряда с фронтом в виде дельта-функции [2].

3. Излучение электронов внутри дебаевского слоя

Строго говоря, переходное излучение улетающих от мишени электронов должно быть дополнено излучением более медленных электронов в дебаевском слое, которые также могут давать не только переходное излучение, но и тормозное. По поводу их вкладов пока не существует определенной ясности.

Рассмотрим сначала тормозное излучение горячих электронов, тормозящихся внутри дебаевского слоя толщиной $L_{\text{Dh}} = c\sqrt{\gamma_h - 1}/\omega_{\text{ph}}$ и характеризуемых энергией $\mathcal{E}_h = mc^2(\gamma_h - 1)$ и плотностью n_h . Здесь ω_{ph} – плазменная частота, вычисленная по плотности n_h . Используя формулу Лармора для излучения электрона [4], теряющего свою энергию за время $\sim \lambda_{\text{Dh}}/v$, получаем

$$W_{\text{THz}}^{\text{bs}} \simeq \frac{2e^2\lambda_{\text{Dh}}}{3mvc^3} \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \simeq \frac{2r_e\gamma_h}{3c\sqrt{\gamma_h + 1}} \mathcal{E}_h\omega_{\text{ph}}, \quad (11)$$

где $r_e = e^2/(mc^2)$ – классический радиус электрона и учтено уравнение торможения электрона в поле разделения заряда, $dp/dt = -eE \simeq -e\sqrt{4\pi m_h \mathcal{E}_h}$, при его движении от задней поверхности мишени до границы дебаевского слоя. Если бы все горячие электроны излучали когерентно, то умножение (11) на квадрат полного числа горячих электронов, N_h^2 , привело бы к энергии излучения, превышающей полную энергию самих электронов [7]. Однако, поскольку характерная частота тормозного излучения $\omega_{\text{bs}} \simeq v/\lambda_{\text{Dh}}$ значительно превышает собственную частоту пучка электронов τ_{las}^{-1} , рассматриваемое излучение оказывается некогерентным. Поэтому корректная оценка для энергии тормозного излучения может быть получена умножением выражения (11) на N_h , что оказывается уже меньше когерентного низкочастотного переходного излучения улетающего пучка электронов, рассмотренного в разд. 2.

Вместе с тем можно выделить низкочастотную когерентную часть излучения горячих электронов в дебаевском слое. Для пучка электронов, нагретого лазерным импульсом, максимальная частота, отвечающая когерентному излучению, определяется размерами самого пучка – обычно это частоты порядка обратной длительности лазерного импульса, $\omega_{\text{max}} \sim 1/\tau_{\text{las}}$. В этом случае условие $\omega_{\text{max}} \ll v/\lambda_{\text{Dh}}$, или $v\tau_{\text{las}} \gg \lambda_{\text{Dh}}$, легко реализуется для типичного случая релятивистских электронов ($v \simeq c$), и это означает, что весь процесс излучения, в первом приближении, можно рассматривать как мгновенное изменение скорости электрона.

Оценим полное поле излучения электронов в дебаевском слое, учитывая что электроны вылетают из мишени, останавливаются и разворачиваются обратно к мишени и влетают в нее. Рассмотрим электрон, который вылетает из мишени, мгновенно тормозится в поле разделения заряда и возвращается обратно в мишень. Поле переходного излучения этого электрона, B_{ω}^{tr} (2), вычисляемое как поле двух стартующих зарядов – электрона и его зеркального изображения ($v_1 = 0, v_2 = \pm v$ в выражении (3)) с противоположным знаком заряда, имеет вид

$$B_{\omega}^{\text{tr}} \simeq \frac{ev}{c^2 R_0} \left(\frac{[\mathbf{v} \times \mathbf{n}]}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n}/c} - \frac{[\mathbf{v} \times \mathbf{n}]}{1 + \mathbf{v}\mathbf{n}/c} \right). \quad (12)$$

Далее будем считать, что электрон практически мгновенно останавливается полем и ускоряется в обратном на-

правлении до своей начальной скорости ($v_1 = v, v_2 = -v$ в выражении (3)), что отвечает тормозному излучению. Соответственно, его поле излучения

$$B_{\omega}^{\text{c}} \simeq -\frac{ev}{c^2 R_0} \left(\frac{[\mathbf{v} \times \mathbf{n}]}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n}/c} - \frac{[\mathbf{v} \times \mathbf{n}]}{1 + \mathbf{v}\mathbf{n}/c} \right) = -B_{\omega}^{\text{tr}}. \quad (13)$$

Таким образом, полное поле излучения в дебаевском слое, создаваемое при вылете электрона, его остановке и повороте назад к мишени, оказывается равным нулю, $B_{\omega}^{\text{c}} + B_{\omega}^{\text{tr}} \simeq 0$ (см. более сложный подход в [7]). Стоит отметить, что поле переходного излучения, возникающее при возвращении электрона в мишень, также обращается в нуль с учетом поля излучения, создаваемого виртуальным зарядом при его остановке и развороте.

Малое излучение запертых горячих электронов можно объяснить путем следующих простых рассуждений. Если полное время «путешествия» электрона в дебаевском слое много меньше характерной частоты излучения ($\omega_{\text{max}} t \ll 1$, или $v\tau_{\text{las}} \gg 2\lambda_{\text{Dh}}$), то циркулирующий электрон снова исчезает в металле (т.е. $v_2 = v_1 = 0$), и его полное излучение оказывается малым.

Понятно, что реально электроны могут двигаться по более сложным орбитам (не по нормали к поверхности) благодаря конечному угловому разбросу, разворачиваясь в поле разделения заряда. Это хорошо известный так называемый фонтан-эффект [8, 9]. Типичный радиус разворота – характерный размер горячего пятна, R_{las} . При таком развороте полная энергия синхротронного излучения электрона за поворот по окружности радиуса R_{las} дается выражением [4]

$$W_{\text{rad}}^{\text{sh}} \simeq \frac{2\pi}{3} \frac{e^2}{R_{\text{las}}} \beta^3 \gamma^4. \quad (14)$$

Для наиболее интересного случая остросфокусированных лазерных пучков, в пятно размером в несколько лазерных длин волн, излучение синхротронного типа является высокочастотным и некогерентным с характерной частотой $\omega \simeq c/R_{\text{las}}$. Для релятивистских электронов ($\beta \simeq 1$) полная энергия излучения может быть оценена сверху умножением выражения (14) на число горячих электронов N_h , $W_{\text{rad}}^{\text{sh}} \sim mc^2\gamma^4 N_h r_e / R_{\text{las}}$. Вследствие резкой зависимости энергии синхротронного излучения от энергии электронов ($W_{\text{rad}}^{\text{sh}} \sim \gamma^4$) можно ожидать, что данное излучение будет существенным для лазерных импульсов с очень высокой интенсивностью – с безразмерной амплитудой лазерного поля $a_0 \geq 100$. Однако при таких высоких интенсивностях уже требуется учет эффекта торможения излучением [10], что выходит за рамки нашего рассмотрения.

4. Обсуждение результатов и заключение

Излучаемая энергия зависит в первую очередь от квадрата заряда улетевшего от мишени пучка электронов, который должен быть определен с удовлетворительной точностью для оценки полной энергии излучения. Предполагая бальмановское распределение электронов, можно получить одномерное решение для запирающего потенциала, создаваемого двойным слоем, в виде

$$\varphi(x) = -\frac{2T_h}{e} \ln \left(\frac{x}{\sqrt{2}\lambda_{\text{Dh}}} + \sqrt{e} \right), \quad (15)$$

где $\lambda_{\text{Dh}} = \sqrt{T_h / (4\pi e^2 n_h)}$ – дебаевский радиус горячих электронов. Поскольку одномерная модель нарушается на расстояниях больше характерного поперечного размера горячей области, определяемого пятном фокусировки лазерного излучения, R_{las} , будем считать, что все электроны с координатами $x > R_{\text{las}}$ способны преодолеть запирающий барьер и улететь от мишени, т. е. минимальная энергия пучка улетевших электронов определяется из условия $\mathcal{E}_{\text{min}} = -e\varphi(R_{\text{las}})$. Используя баланс поглощенного лазерного потока излучения и потока горячих электронов, $\eta I_{\text{las}} = cn_h T_h$ ($I_{\text{las}} = \pi m^2 c^5 a_0^2 / (2e^2 \lambda^2)$ – интенсивность лазерного излучения с длиной волны λ , записанная через безразмерную амплитуду лазерного поля a_0), а также пондеромоторный скейлинг для температуры горячих электронов $T_h = mc^2 \sqrt{1 + a_0^2/2}$, можно получить выражение для минимальной энергии пучка улетевших электронов через параметры лазерного импульса, которое для $a_0 \gg 1$ принимает вид

$$\mathcal{E}_{\text{min}} = \sqrt{2} mc^2 a_0 \ln\left(\pi \sqrt{2\eta} \frac{R_{\text{las}}}{\lambda} + \sqrt{e}\right). \quad (16)$$

Таким образом, для заряда улетевших электронов получаем

$$Q_h = eN_h \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_{\text{min}}}{T_h}\right), \quad (17)$$

где полное число горячих электронов N_h определяется из баланса поглощенной энергии лазерного импульса и энергии электронов $N_h T_h = \eta \mathcal{E}_{\text{las}}$. Например, для лазерного импульса длительностью 30 фс с энергией $\mathcal{E}_{\text{las}} = 1$ Дж, сфокусированного в пятно размером 2λ , безразмерная амплитуда лазерного поля $a_0 = 14$ приводит к температуре горячих электронов $T_h = 5$ МэВ и минимальной энергии $\mathcal{E}_{\text{min}} = 17.4$ МэВ при коэффициенте поглощения $\eta = 0.2$. При этом полный заряд нагретых электронов оказывается равным $Q_h = eN_h = 40$ нК, заряд улетевших электронов $Q_b = 1.25$ нК и полная энергия излучения $W_{\text{THz}}^{\text{tr}} = 5$ мДж, что отвечает коэффициенту конверсии энергии лазерного импульса в энергию терагерцевого излучения $\eta_{\text{THz}} = 0.5\%$. Заметим, что энергия некогерентного тормозного излучения горячих электронов, вычисленная с использованием выражения (11), для рассматриваемых параметров оказывается на уровне 0.02 мкДж, а энергия синхротронного излучения электронов, вычисленная при помощи выражения (14), оказывается ~ 0.6 мкДж. Приведенный пример наглядно демонстрирует доминирующую роль когерентного переходного излучения в общем спектре низкочастотного ТГц излучения.

Увеличение эффективности генерации переходного излучения в ТГц области частот может быть получено при использовании достаточно однородных протяженных плазменных мишеней с околоритической плотностью с тонкой фольгой позади. В качестве таких мишеней могут использоваться плотные газовые струи, аэрогели,

пенные мишени, предварительно гомонизированные наносекундным импульсом, или мишени с протяженной преплазмой на облучаемой стороне, создаваемой предимпульсом или дополнительным наносекундным импульсом. Рост переходного излучения в этом случае связан с увеличением числа улетающих от мишени электронов, ускоряемых до высоких энергий либо кильватерным полем, либо в результате стохастического или прямого лазерного ускорения. Хорошим примером увеличения эффективности ускорения электронов может служить их ускорение в режиме релятивистского самозахвата лазерного импульса, позволяющего добиться максимального заряда высокоэнергетичных электронов на джоуль энергии лазерного импульса [11]. Например, в данном режиме воздействие лазерного импульса с энергией 2.1 Дж на мишень с плотностью $0.1n_{\text{crit}}$ приводит к генерации пучка электронов с энергией больше 30 МэВ и с зарядом 7 нК, способного улететь от мишени. С учетом средней энергии пучка в 100 МэВ и его характерных размеров $L_b = 15$ мкм и $R_b = 5$ мкм оценка энергии переходного излучения по формуле (8) дает $W_{\text{THz}}^{\text{tr}} = 0.15$ Дж, что отвечает коэффициенту конверсии на уровне 5%. Данный источник приводит к максимальным энергиям ТГц импульсов, обеспечивая максимальную эффективность их генерации.

Подводя итог, отметим, что переходное излучение ускоренных лазерным импульсом электронов позволяет получать мощные терагерцевые импульсы с уникальными свойствами, полезными для целого ряда практических приложений, включая манипулирование свойствами вещества и создание новых материалов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (договор № 075-15-2021-1361 от 07.10.2021 г.).

1. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. *Переходное излучение и переходное рассеяние* (М.: Наука, 1984).
2. Болотовский Б.М., Серов А.В. *УФН*, **179**, 517 (2009) [*Phys. Usp.*, **52**, 487 (2009)].
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1988).
4. Джексон Дж. *Классическая электродинамика* (М.: Мир, 1965).
5. Куратов А.С., Брантов А.В., Алиев Ю.М., Быченков В.Ю. *Квантовая электроника*, **46**, 1023 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 1023 (2016)].
6. Kuratov A.S., Brantov A.V., Kovalev V.F., Bychenkov V.Yu. *Phys. Rev. E*, **106**, 035201 (2022).
7. Denoual E., Berge L., Davoine X., Gremillet L. *Phys. Rev. E*, **108**, 065211 (2023).
8. Andreev A.A., Platonov K.Yu., Okada T., Toraya S., Kitada T. *Laser Part. Beams*, **21**, 401 (2004).
9. Sarkisov G.S., Leblanc P., Ivanov V.V., Sentoku Y., Bychenkov V.Yu., Yates K., Wiewior P., Jobe D., Spielman R. *Appl. Phys. Lett.*, **99**, 131501 (2011).
10. Di Piazza A., Muller C., Hatsagortsyan K., Keitel C. *Rev. Mod. Phys.*, **84**, 1177 (2012).
11. Bychenkov V.Yu., Lobok M., Kovalev V.F., Brantov A.V. *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **61**, 124004 (2019).